

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

физический факультет

Квантовая теория, 1-й поток (май 2014 г.)

<http://hep.phys.msu.ru>

Теоретические вопросы

Математическое введение

1. Гильбертово пространство. Базис. Унитарные, эрмитовы и проекционные операторы. Их физический смысл.
2. Спектральное разложение эрмитова оператора. Случай непрерывного спектра. Определение функции от оператора. Теоремы о коммутаторах эрмитовых операторов и их собственных векторах.

Теория измерений

3. Результаты измерения наблюдаемой. Матрица плотности, ее свойства, условие нормировки.
4. Чистое состояние. Матрица плотности чистого состояния. Описание чистого состояния с помощью вектора гильбертова пространства. Принцип суперпозиции, его обоснование.
5. Совместимые и несовместимые наблюдаемые. Полный набор наблюдаемых. Соотношение неопределенностей.
6. Пространство состояний составной системы. Нахождение матрицы плотности подсистемы. Примеры всех возможных комбинаций чистых и смешанных состояний у системы и подсистем.
7. “Парадоксы” квантовой механики. “Парадокс” ЭПР (Эйнштейна, Подольского, Розена). “Парадокс” GHZ (Greenberger, Horne, Zeilinger).
8. “Парадоксы” квантовой механики. “Парадокс” Коэна-Шпекера. Неравенства Белла. Телепортация

Динамика

9. Представления Гайзенберга и Шредингера, связь между ними, формальные решения уравнений Гайзенберга и Шредингера.
10. Стационарные состояния. Симметрии и интегралы движения. Оператор эволюции и его свойства. Выражение для оператора эволюции в случае неконсервативной системы.

Теория момента

11. Теория момента. Матричные элементы оператора момента. Спин. Орбитальный момент.
12. Сложение моментов. Коэффициенты Клебша-Гордона. Старшие вектора.
13. Неприводимые тензора. Матричные элементы скаляра, вектора, тензора 2-го ранга.

Одномерное движение материальной точки

14. Координатное и импульсное представление. Их связь. Операторы трансляции в координатном и импульсном пространстве. Уравнение непрерывности.
15. Общие свойства спектра при одномерном движении. Дискретный спектр, непрерывный спектр, кратность вырождения. Осцилляционная теорема. Четный потенциал.
16. Непрерывный спектр и одномерное рассеяние. Рассеяние волновых пакетов.
17. Периодический потенциал, спектр и волновые функции. Периодический потенциал и конечный отрезок периодического потенциала.
18. Квазиклассическое приближение. Условие применимости. Условие сшивания в точках поворота.
19. Правила квантования Бора-Зоммерфельда. Коэффициент туннелирования. Условия применимости. Классический предел квантовой теории, теорема Эренфеста.

Трёхмерное движение материальной точки

20. Координатное и импульсное представление в 3-мерном случае. Случай центрально-симметричного поля. Радиальное уравнение Шредингера, граничное условие.
21. Поток вероятности, уравнение непрерывности в 3-мерном случае. Падение на центр. Заряженная частица в электромагнитном поле. Частица со спином. Уравнение Паули.

Задачи

Формулы для операторов

1. Вычислить $f(b + \vec{a} \cdot \vec{\sigma})$.
2. Вычислить $\exp(i\varphi \vec{n} \cdot \vec{\sigma} / 2) \vec{b} \cdot \vec{\sigma} \exp(-i\varphi \vec{n} \cdot \vec{\sigma} / 2)$.
3. Вычислить $\exp(\xi \vec{n} \cdot \vec{\sigma} / 2) \vec{b} \cdot \vec{\sigma} \exp(\xi \vec{n} \cdot \vec{\sigma} / 2)$.
4. Известно, что $[\hat{A}, \hat{B}] = -7i\hat{B}$ и $\exp(z\hat{A})\hat{B}\exp(-z\hat{A}) = -i\hat{B}$. Найти все возможные значения z .
5. Вычислить $\exp(i\varphi \hat{l}_x) \hat{p}_y \hat{z} \exp(-i\varphi \hat{l}_x)$.

6. Вычислить

$$\exp(i\varphi \hat{l}_y) \cdot \exp(i\alpha \hat{p}_x) \cdot \exp(-i\varphi \hat{l}_y)$$

7. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\exp(\alpha \hat{a} \hat{a}^+) \cdot \hat{p} \cdot \exp(-\alpha \hat{a} \hat{a}^+)$$

8. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\exp(\alpha(\hat{a} \hat{a} - \hat{a}^+ \hat{a}^+)) \cdot \hat{x} \cdot \exp(\alpha(\hat{a}^+ \hat{a}^+ - \hat{a} \hat{a}))$$

9. Двумерный осциллятор. Вычислить

$$\exp(\xi(\hat{a}_x^+ \hat{a}_y - \hat{a}_y^+ \hat{a}_x)) \cdot \hat{p}_y \cdot \exp(-\xi(\hat{a}_x^+ \hat{a}_y - \hat{a}_y^+ \hat{a}_x))$$

10. Двумерный осциллятор. Вычислить

$$\exp(\xi(\hat{a}_y^+ \hat{a}_z^+ - \hat{a}_y \hat{a}_z)) \cdot \hat{z} \cdot \exp(-\xi(\hat{a}_y^+ \hat{a}_z^+ - \hat{a}_y \hat{a}_z))$$

Теория измерений

11. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2+i \\ -i \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ($\theta=?$, $\varphi=?$). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

12. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \exp[i(\beta/2)(-\sin \alpha \sigma_1 + \cos \alpha \sigma_2)] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ($\theta=?$, $\varphi=?$). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

13. Пучок частиц со спином 1/2 в состоянии

$$\hat{\rho} = (1/2) + (1/2) \xi \vec{\sigma} \cdot \vec{n}(\theta, \varphi)$$

влетает в прибор Штерна-Герлаха с магнитным полем, ориентированным по оси z . Найти отношение интенсивностей верхнего и нижнего пятна. Как надо направить поле, чтобы это отношение стало максимальным? Чему равно это максимальное отношение?

14. Матрица плотности спина 1/2 равна

$$\rho = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/12 - i/12 \\ 1/12 + i/12 & 1/4 \end{pmatrix}$$

Найти направление поляризации и степень поляризации. Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

15. Пучок частиц со спином 1/2, ориентированным по оси y , влетает в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси z . На выходе из прибора верхний пучок пролетает область магнитного поля H_z , время пролета τ . После этого пучки сводят вместе и направляют в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси y . Найти отношение интенсивностей пятен.

Осциллятор

16. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1| + \frac{i}{6}|0\rangle\langle 1| - \frac{i}{6}|1\rangle\langle 0|$$

Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию импульса в этом состоянии.

17. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{3}{4}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 1| + \frac{1}{6}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{6}|1\rangle\langle 0|$$

Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты в этом состоянии.

18. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle \alpha | \hat{x} \hat{p} | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$$

$$\langle \alpha | \hat{p} \hat{x} | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$$

19. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle \alpha | \hat{x} | \beta \rangle$, $\langle \alpha | \hat{p} | \beta \rangle$. Как убывает ответ с ростом $|\alpha - \beta|$?

20. Одномерный гармонический осциллятор. В координатном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния $|\alpha\rangle$.

21. Одномерный гармонический осциллятор. В импульсном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния $|\alpha\rangle$.

22. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle n | \hat{x}^4 | n \rangle \quad \langle n | \hat{x}^3 | m \rangle$$

23. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle n | \hat{p}^4 | n \rangle \quad \langle n | \hat{p}^3 | m \rangle$$

24. Матрица плотности осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha n) (1 - \exp(-\alpha)) |n\rangle\langle n|$$

(здесь $\alpha = \hbar\omega/kT$). Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты.

25. Матрица плотности осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha n) (1 - \exp(-\alpha)) |n\rangle\langle n|$$

(здесь $\alpha = \hbar\omega/kT$). Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию импульса.

26. Волновая функция осциллятора имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\beta\rangle$$

Полагая $\langle\alpha|\beta\rangle \ll 1$, найти среднее значение и дисперсию координаты.

27. Волновая функция осциллятора имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\beta\rangle$$

Полагая $\langle\alpha|\beta\rangle \ll 1$, найти среднее значение и дисперсию импульса.

28. Найти уровни энергии и волновые функции системы

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} + \frac{qy^2}{2} + \alpha xy$$

29. Найти уровни энергии и волновые функции системы

$$H = \hbar\omega(a^+a + 1/2) + \hbar\omega\sigma_3/2 + \hbar\gamma a(\sigma_1 + i\sigma_2) + \hbar\gamma a^+(\sigma_1 - i\sigma_2)$$

состоящей из гармонического осциллятора и двухуровневой системы.

Одномерное движение

30. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = -V_0\delta(x-a) - V_0\delta(x+a) + U_0\theta(a-|x|)$$

($\theta(x > 0) = 1$, $\theta(x < 0) = 0$).

31. Найти уровни энергии в потенциале $V(x) = \infty$ при $|x| > a$, $V(x) = 0$ при $b < |x| < a$, $V(x) = U_0$ при $|x| < b$.

32. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < a \\ U_0 + V_0\delta(x-c) & a < x < \\ 0 & < x < b \\ \infty & x > b \end{cases}$$

33. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < -a \\ V_0\delta(x+b) + V_0\delta(x-b) & -a < x < a \\ \infty & x > a \end{cases}$$

34. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -U_0 + V_0\delta(x) & -a < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

35. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = -V_0\delta(x-a) - V_0\delta(x+a) + U_0\delta(x)$$

36. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -U_0 - V_0\delta(x - a) & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

37. Найти коэффициенты отражения и прохождения для потенциала $V(x) = V_0\delta(x) + U_0\theta(x)$ ($\theta(x > 0) = 1$, $\theta(x < 0) = 0$).

38. Найти расположение разрешенных зон для одномерной решетки Дирака

$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x - na)$$

39. Найти расположение нижней разрешенной зоны для одномерной решетки Дирака

$$V(x) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x - na)$$

Квазиклассика

40. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(x > 0) = kx^2/2$. Сравнить с точным ответом.

41. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(x > 0) = kx$.

42. Найти в квазиклассическом приближении коэффициент надбарьерного отражения на потенциале $V(x < 0) = 0$, $V(0 < x < a) = U_0x/a$, $V(a < x) = U_0$. Сравнить с точным ответом при $a \rightarrow 0$. Проанализировать ответ в классическом пределе.

43. Найти зависимость времени жизни α -активного ядра от энергии вылетающей α -частицы.

44. Найти зависимость тока холодной эмиссии от величины приложенного электрического поля.

45. Оценить вероятность рождения электрон-позитронной пары в постоянном электрическом поле \mathcal{E} .

46. Оценить вероятность рождения пары фотонов в гравитационном поле черной дыры, ускорение падения равно κ .

Центрально-симметричное поле

47. Найти уровни энергии для сферической оболочки $V(r) = -V_0\delta(r - a)$.

48. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r) = -U_0\theta(a - r) + V_0\delta(r - a)$ ($\theta(x > 0) = 1$, $\theta(x < 0) = 0$).

49. Найти уровни энергии в шаровом слое $V(r < a) = \infty$, $V(r > c) = \infty$, $V(a < r < b) = 0$, $V(b < r < c) = A/r^2$.

50. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале при $l \neq 0$:

$$V(r) = \begin{cases} \infty & r < a \\ V_0 & a < r < b \\ 0 & b < r < c \\ \infty & r > c \end{cases}$$

51. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале при $l \neq 0$:

$$V(r) = \begin{cases} U_0\theta(a-r) + V_0\delta(r-a) & r < b \\ \infty & r > b \end{cases}$$

$$(\theta(x > 0) = 1, \theta(x < 0) = 0).$$

52. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале при $l \neq 0$:

$$V(r) = \begin{cases} \theta(r-a) * A/r^2 + V_0\delta(r-a) & r < b \\ \infty & r > b \end{cases}$$

$$(\theta(x > 0) = 1, \theta(x < 0) = 0).$$

53. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале:

$$V(r) = \begin{cases} -U_0 & r < a \\ A/r^2 & r > a \end{cases}$$

54. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале:

$$V(r) = \begin{cases} A/a^2 & r < a \\ A/r^2 & a < r < b \\ \infty & r > b \end{cases}$$

55. Найти среднее значение кинетической энергии, потенциальной энергии, центробежного потенциала и величины $1/r^3$ для атома водорода, который находится в состоянии $|\psi_{nlm}\rangle$.

56. Радиальная часть волновой функции стационарного состояния в центральном потенциале $V(r)$ равна $r(1+ar)\exp(-br)$. Известно, что потенциал обращается в нуль на бесконечности, а его сингулярность в нуле слабее, чем $1/r^2$. Найти $l, E, V(r)$.

Теория момента

57. Вычислить

$$\langle l'm' | l_x l_y | lm \rangle \quad \langle l'm' | l_y l_x | lm \rangle$$

58. Пусть

$$|\psi\rangle = \exp(i\varphi l_y) |lm\rangle$$

найти

$$\langle \psi | l_x l_z | \psi \rangle$$

59. Система двух спинов $1/2$ находится в состоянии

$$|\psi\rangle = \exp(i\varphi S_x) | \uparrow \uparrow \rangle$$

Чему равны вероятности $P_{S=1, S_z=1}$, $P_{S=1, S_z=0}$, $P_{S=1, S_z=-1}$?

60. Система двух спинов $1/2$ находится в состоянии $S = 0$. Оба спина пропускают сквозь прибор Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}(\theta, \varphi)$. Найти вероятности всех 4 возможных результатов (вв, вн, нв, нн).

61. Гамильтониан системы двух спинов $1/2$ имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_1 s_z^{(1)} H_z - 2\mu_2 s_z^{(2)} H_z + \alpha \vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)}$$

Найти уровни энергии и соответствующие волновые функции.

62. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{4}}|\uparrow\uparrow\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|\uparrow\downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{4}}|\downarrow\uparrow\rangle$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

63. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{1}{3}|\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| + \frac{1}{3}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \frac{1}{3}|\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \frac{1}{9}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{9}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

64. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{1}{4}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{2}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \frac{1}{4}|\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + i\frac{1}{8}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| - i\frac{1}{8}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

65. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(i\alpha S_y)|\uparrow\uparrow\rangle + \frac{1}{2}\exp(i\beta S_x)(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

66. Сложение двух спинов $1/2$. Вычислить

$$\begin{aligned} \langle S = 1, S_z = 0 | s_x^{(2)} | S = 1, S_z = 1 \rangle & \quad \langle S = 1, S_z = -1 | s_y^{(2)} | S = 0, S_z = 0 \rangle \\ \langle S = 0, S_z = 0 | s_z^{(1)} | S = 1, S_z = 0 \rangle & \end{aligned}$$

67. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить

$$\begin{aligned} \langle j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 | s_y | j = l - 1/2, m_j = m - 1/2 \rangle \\ \langle j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 | s_x | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle \\ \langle j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 | s_z | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle \end{aligned}$$

68. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить

$$\langle j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 | l_x | j = l - 1/2, m_j = m - 1/2 \rangle$$

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 | l_y | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 | l_z | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

69. Частица со спином $1/2$ находится в состоянии $|j l s m_j\rangle$. Найдите направление спина $\vec{n}(\theta, \varphi)$ в точке с координатами (r, θ, φ) .

70. Показать, что если A — скалярный оператор, то

$$\langle l' m' | A | l m \rangle = \delta_{l'l} \delta_{m'm} a(l)$$

т.е. его матричные элементы диагональны по l , диагональны по m , не зависят от m .

71. Сложение моментов $l_1 = 2$ и $l_2 = 1$. Вычислить

$$|L = 1, M = 1\rangle \quad |L = 1, M = 0\rangle \quad |L = 1, M = -1\rangle$$

72. Сложение моментов $l_1 = 2$ и $l_2 = 2$. Найти все старшие вектора с определенными значениями L

73. Сложение моментов $l_1 = 1$ и $l_2 = 1$. Вычислить все коэффициенты Клебша Гордона.

Динамика

74. Спин $1/2$ помещен в магнитное поле

$$\vec{H}(t) = (H_1 \cos \Omega t, H_1 \sin \Omega t, H_0)$$

В момент времени $t = 0$ спин был ориентирован вверх. Найти вероятность переворота спина в момент времени t . Указать условие резонанса.

75. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находится в основном состоянии. Затем он на интервале $0 < t < t_0$ подвергается воздействию постоянной силы $f(t) = f_0$. Найти волновую функцию в момент времени t и вероятность обнаружить его на n -ом уровне в момент времени t .

76. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии $|0\rangle$. При $0 < t < 2\pi/\Omega$ на него действует классическая сила $f(t) = f_0 \sin(\Omega t)$. Найти волновую функцию $|\psi(t)\rangle$ и вероятность пребывания в состоянии $|n\rangle$ в произвольный момент времени t .

77. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находился в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$. Найти волновую функцию в момент времени t . Вычислить средние значения координаты и импульса и их дисперсию в момент времени t .

78. Гамильтониан системы двух частиц со спином $1/2$ имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} - s_z^{(2)})H_z$$

Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени t , если в момент времени $t = 0$ спин первой частицы был ориентирован вдоль оси y , а второй — против оси y .

79. Гамильтониан системы двух частиц со спином $1/2$ имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} + s_z^{(2)})H_z$$

Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени t , если в момент времени $t = 0$ спин первой частицы был ориентирован вдоль оси y , а второй — против оси y .

80. Симметричный двумерный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|10\rangle - \frac{i}{\sqrt{3}}|01\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|00\rangle$$

Найти волновую функцию $|\psi(t)\rangle$, среднее значение и дисперсию x, y, p_x, p_y в произвольный момент времени t .

81. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии

$$\rho(t=0) = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1|$$

Найти матрицу плотности, среднее значение и дисперсию координаты и импульса в произвольный момент времени t .

82. Спин $1/2$ в начальный момент времени находится в состоянии

$$\rho(t=0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\xi\vec{n}\vec{\sigma}$$

Он помещен в однородное магнитное поле, ориентированное по оси z . Найти матрицу плотности, направление и степень поляризации в произвольный момент времени t .

83. Решить уравнение Гайзенберга для оператора рождения a^+ в одномерном гармоническом осцилляторе.

84. Решить уравнение Гайзенберга для оператора $\hat{A}(t)$, где $\hat{A}(0) = \sigma_2$, $\hat{H} = \hbar\omega\sigma_1$.