

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
физический факультет

Квантовая теория (I поток) январь 2015 г.

<http://hep.phys.msu.ru>

Теоретические вопросы

Стационарная теория возмущений

1. Стационарная теория возмущений, случай невырожденного уровня. Условия применимости.
2. Стационарная теория возмущений, случай вырожденного уровня. Теория возмущений для близких уровней.

Многоэлектронный атом

3. Тождественные частицы. Принцип неразличимости. Бозоны и фермионы. Базис в пространстве состояний тождественных частиц. Операторы в пространстве состояний тождественных частиц. Принцип Паули.
4. Многоэлектронный атом, приближение центрального поля, интегралы движения, конфигурация, термы.
5. Построение явного вида волновых функций термов, старшие вектора.
6. Диаграммы Юнга. 1-е и 2-е правила Хунда, их объяснение.
7. Тонкая структура термов. 3-е правило Хунда, его доказательство.
8. Метод Хартри. Метод Хартри-Фока. Таблица Менделеева.

Теория рассеяния

9. Упругое потенциальное рассеяние. Постановка задачи. Уравнение Липпмана-Швингера. Борновский ряд, условие сходимости, условие применимости 1-го борновского приближения.
10. Парциальное разложение. Условие унитарности для парциальных амплитуд рассеяния, фаза рассеяния. Оптическая теорема, ее физический смысл.
11. Дискретные уровни, виртуальные уровни, метастабильные уровни. Метастабильный уровень и резонанс в рассеянии.
12. Метастабильный уровень и эволюция частицы в неидеальной потенциальной ловушке. Время жизни метастабильного уровня.
13. Рассеяние при низких энергиях, резонансы в рассеянии при низких энергиях.
14. Рассеяние при высоких энергиях. Фаза рассеяния в приближении эйконала. Формула для амплитуды рассеяния в приближении эйконала как формула парциального разложения.

Теория переходов

15. Представление Дирака. Нестационарная теория возмущений. Переходы мгновенные и адиабатические.
16. Переходы под действием периодического возмущения. Золотое правило Ферми.
17. Функция Грина системы и эволюция состояния. Дискретный и непрерывный спектр системы и функция Грина. Уравнения для функции Грина системы при наличии возмущения.
18. Приближенное решение уравнений для функции Грина системы при наличии возмущения. Превращение дискретного уровня в метастабильный. Закон распада метастабильного уровня и форма линии.

19. Уравнение Липпмана-Швингера в теории переходов. S-матрица, ее свойства. T-матрица. Оптическая теорема для T-матрицы.

Вторичное квантование

20. Вторичное квантование. Коммутационные соотношения для операторов рождения-уничтожения. Фоковское пространство. Базис в Фоковском пространстве.
21. Оператор волновой функции, его физический смысл. Операторы в представлении вторичного квантования. Гамильтониан и оператор числа частиц.

Квантование электромагнитного поля

22. Квантование электромагнитного поля. Коммутационные соотношения для операторов рождения-уничтожения фотонов. Энергия и импульс поля.
23. Когерентное состояние как описание классической электромагнитной волны. Дисперсия компонент электромагнитного поля в когерентном состоянии. Нулевой шум.
24. Излучение фотонов квантовомеханической системой. Спонтанные и вынужденные переходы.
25. Мультипольное разложение в задаче излучения. Электрическое дипольное излучение.

Уравнение Дирака

26. Уравнение Дирака. Решения свободного уравнения Дирака с определенным импульсом и спиральностью, их интерпретация.
27. Невозможность локализации частицы Дирака. Скорость частицы Дирака. Спин частицы Дирака.
28. Нерелятивистский предел уравнения Дирака, уравнение Паули. Квazирелятивистское разложение уравнения Дирака.

Задачи

1. Заряженный двумерный симметричный гармонический осциллятор помещен в слабое однородное магнитное поле, ориентированное по оси z . В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии второго возбужденного уровня $E^{(0)} = 3\hbar\omega$, вызванные магнитным полем.
2. Двумерный симметричный гармонический осциллятор. В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии первого возбужденного уровня $E^{(0)} = 2\hbar\omega$, вызванные возмущением $H_I = \alpha xy$. Сравнить с точным ответом.
3. Заряженный двумерный симметричный гармонический осциллятор помещен в слабое однородное магнитное поле, ориентированное по оси z . В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии первого возбужденного уровня $E^{(0)} = 2\hbar\omega$, вызванные магнитным полем.
4. Двумерный симметричный гармонический осциллятор. В первом порядке теории возмущений найти поправки к энергии второго возбужденного уровня $E^{(0)} = 3\hbar\omega$, вызванные возмущением $H_I = \alpha xy$. Сравнить с точным ответом.
5. Одномерный гармонический осциллятор. Найти поправки к энергии n -го уровня, вызванные возмущением $H_I = \alpha x^3$.
6. Одномерный гармонический осциллятор. Найти поправки к энергии основного состояния, вызванные возмущением $H_I = \alpha x^4$. Сравнить с ответом, полученным вариационным методом.
7. Найти диэлектрическую восприимчивость газа, состоящего из атомов водорода, находящихся в основном состоянии. Спином пренебречь.

8. Найти магнитную восприимчивость газа, состоящего из атомов водорода, находящихся в основном состоянии. Спином пренебречь.
9. Найти энергию взаимодействия двух атомов водорода на больших расстояниях (силы Ван-дер-Ваальса).
10. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в слабом магнитном поле с учетом тонкой структуры.
11. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в среднем магнитном поле с учетом тонкой структуры.
12. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в сильном магнитном поле с учетом тонкой структуры.
13. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в слабом электрическом поле с учетом тонкой структуры.
14. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в среднем электрическом поле с учетом тонкой структуры.
15. Найти расщепление уровня $n = 2$ атома водорода в сильном электрическом поле с учетом тонкой структуры.
16. Разложить электронную конфигурацию $2p^3$ на термы с помощью диаграмм Юнга.
17. Разложить электронную конфигурацию $3d^2$ на термы с помощью диаграмм Юнга.
18. Разложить электронную конфигурацию $3d^3$ на термы с помощью диаграмм Юнга.
19. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $2p^3$.
20. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $2p^2$.
21. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $2p^4$.
22. Найти явный вид волновых функций старших векторов термов в конфигурации $3d^2$.
23. Пользуясь правилами Хунда, найти квантовые числа S, L, J состояния с наименьшей энергией для конфигурации nl^k .
24. Найти поправки к уровням энергии многоэлектронного атома в слабом однородном магнитном поле.
25. Найти поправки к уровням энергии многоэлектронного атома в сильном однородном магнитном поле.
26. Найти поправки к уровням энергии многоэлектронного атома в слабом однородном электрическом поле.
27. На атоме водорода, находящемся в основном состоянии, рассеиваются μ -мезоны. Найти формфактор и дифференциальное сечение упругого рассеяния.
28. Источник потенциала Юкавы равномерно распределен по шару радиуса R с плотностью заряда ρ_0 :

$$V(\vec{x}) = \int_{|\vec{y}| < R} d^3\vec{y} \rho_0 \exp(-\mu \cdot |\vec{x} - \vec{y}|) / |\vec{x} - \vec{y}|.$$
 Найти формфактор и дифференциальное сечение упругого рассеяния.
29. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для быстрых частиц, де-бройлевская длина волны которых $\lambda \ll a$. Проанализировать классический предел задачи.
30. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для медленных частиц, де-бройлевская длина волны которых $\lambda \gg a$.
31. Найти энергию и время жизни метастабильных s -уровней в потенциале $V(r) = V_0 \delta(r - a)$.
32. Найти энергию и время жизни метастабильных уровней в одномерном потенциале $V(x) = V_0 \delta(x - a) + V_0 \delta(x + a)$.
33. Найти энергию и время жизни метастабильных уровней в одномерном потенциале $V(x < -a) = 0, V(x > a) = 0, V(-a < x < a) = U_0 - V_0 \delta(x)$.
34. Найти парциальное сечение рассеяния s -волны на потенциале $V(r) = V_0 \delta(r - a)$. Указать положение резонансов.

35. Вычислить сечение упругого рассеяния медленной частицы на потенциальной яме $V(r < a) = -V_0$, $V(r > a) = 0$. Указать условие резонанса.
36. В приближении эйконала найти фазы рассеяния на потенциале A/r^2 . Сравнить с точным ответом.
37. Найти фазы рассеяния при упругом рассеянии на потенциале $V(r < a) = A/r^2$, $V(r > a) = 0$.
38. Найти фазы рассеяния при упругом рассеянии на потенциале $V(r > a) = A/r^2$, $V(r < a) = 0$.
39. Найти фазы рассеяния при упругом рассеянии на потенциале $V(r < a) = -U_0 + V_0\delta(r - a)$, $V(r > a) = 0$.
40. Найти дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния электрона на электро-не для синглетного и триплетного состояний в системе центра масс.
41. Даны амплитуды рассеяния протона на нейтроне в триплетном и синглетном состояниях — $f_3(\theta)$ и $f_1(\theta)$. Найти вероятность переворота спина при рассеянии, если до рассеяния спин протона был направлен вверх, а спин нейтрона - вниз.
42. Найти сечения упругого и неупругого рассеяния медленных частиц на “потенциале” $V(r < a) = -iU_0$, $V(r > a) = 0$.
43. Найти вероятность того, что электрон в атоме трития H^3 , находящийся в основном состоянии, перейдет в $1s$ состояние иона He^{3+} при β -распаде одного из нейтронов ядра.
44. Найти сечение фотоэффекта для атома водорода, находящегося в основном состоянии, полагая конечное состояние электрона плоской волной.
45. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t > 0$ он подвергается действию возмущения $H_I = -f_0\hat{x}$. Какова вероятность найти его на уровне $|n\rangle$ в момент времени t ?
46. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t > 0$ он подвергается действию возмущения $H_I(t) = -f_0\hat{x}\delta(t)$. Какова вероятность найти его на уровне $|n\rangle$ в момент времени t ?
47. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t > 0$ он подвергается действию возмущения $H_I = \alpha\hat{x}\exp(-t/\tau)$. Какова вероятность найти его на первом возбужденном уровне $|1\rangle$ в момент времени t ?
48. Гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в основном состоянии. При $t > 0$ он подвергается действию возмущения $H_I = \alpha\hat{x}^2\exp(-t/\tau)$. Какова вероятность найти его на втором возбужденном уровне $|2\rangle$ в момент времени t ?
49. Частица находится на дискретном уровне в потенциальной яме $V(x) = -V_0\delta(x)$. Найти время жизни частицы в яме, если она подвергается действию возмущения $H_I = 2\hat{x}U_0\cos(\Omega t)$.
50. Частица находится на дискретном уровне в потенциальной яме $V(x) = -V_0\delta(x)$. Найти время жизни частицы в яме, если она подвергается действию возмущения $H_I = 2\hat{x}U_0\cos(\Omega t - \Pi x)$.
51. Частица находится в основном состоянии в трехмерной прямоугольной потенциальной яме $V(r < a) = -V_0$, $V(r > a) = 0$. Найти время жизни частицы в яме, если она подвергается действию возмущения $H_I = 2\hat{z}U_0\cos(\Omega t)$.
52. Частица находится в основном состоянии в трехмерной прямоугольной потенциальной яме $V(r < a) = -V_0$, $V(r > a) = 0$. Найти время жизни частицы в яме, если она подвергается действию возмущения $H_I = 2\hat{y}U_0\cos(\Omega t - \Pi z)$.
53. Найти дифференциальное сечение неупругого рассеяния частицы на сферическом гармоническом осцилляторе. Осциллятор переходит из основного в первое возбужденное состояние $|001\rangle$. Потенциал взаимодействия между частицей и осциллятором $W(\vec{x}, \vec{y}) = W_0\delta(\vec{x} - \vec{y})$.

54. Найти дифференциальное сечение неупругого рассеяния μ -мезона на неподвижном атоме водорода. Атом переходит из состояния $1s$ в состояние $2s$.
55. Найти средние значения и дисперсию напряженностей электрического и магнитного полей в одномодовом когерентном состоянии $|\alpha_{k,p}^-\rangle$.
56. Найти средние значения и дисперсию напряженностей электрического и магнитного полей в двухмодовом когерентном состоянии $|\alpha_{k_1,p_1}^-, \beta_{k_2,p_2}^-\rangle$.
57. Найти средние значения и дисперсию напряженностей электрического и магнитного полей в состоянии $|\psi\rangle = |\alpha_{k_1,p_1}^-\rangle/\sqrt{2} + |\beta_{k_2,p_2}^-\rangle/\sqrt{2}$.
58. Вывести правила отбора и формулу для распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям в электрическом дипольном приближении.
59. Вывести правила отбора и формулу для распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям в электрическом квадрупольном приближении.
60. Вывести правила отбора и формулу для распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям в магнитном дипольном приближении.
61. Указать, между какими уровнями заряженного сферического гармонического осциллятора возможны электромагнитные переходы в дипольном приближении. Вычислить время жизни первого возбужденного уровня осциллятора в этом приближении. Найти распределения интенсивности излучения по углам и поляризациям.
62. В дипольном приближении вычислить время жизни уровня $2p_{1/2}$ атома водорода (с учетом тонкой структуры).
63. В дипольном приближении вычислить время жизни уровня $2p_{3/2}$ атома водорода (с учетом тонкой структуры).
64. Атом водорода помещен в слабое однородное магнитное поле. Описать излучение при переходе $3d \rightarrow 2p$ (тонкой структурой пренебречь). Указать количество линий в спектре и описать распределение их интенсивности по углам и поляризациям.
65. Частица со спином $1/2$ находится в однородном магнитном поле напряженности \vec{H} . Найти время жизни возбужденного состояния и распределение интенсивности излучения по углам и поляризациям.
66. Найти время жизни и распределение интенсивности излучения по углам и поляризациям при переходе между уровнями сверхтонкой структура атома водорода.
67. Доказать, что однофотонные переходы $S \rightarrow S$ запрещены во всех порядках мультипольности.
68. Найти закон дисперсии магнона для спиновой цепочки с гамильтонианом
$$H = -\alpha \sum \vec{s}_n \vec{s}_{n+1} - \beta \sum \vec{s}_n \vec{s}_{n+2} - 2\mu_0 \vec{H} \sum \vec{s}_n$$
69. Найти парамагнитную составляющую магнитной восприимчивости свободного фермионного газа (спин частиц $3/2$) при нулевой температуре.
70. Найти флуктуации плотности свободного бозонного газа при нулевой температуре.
- 71.* Найти явный вид волновой функции и кратность вырождения для состояний $1S_{1/2}$, $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$ частицы Дирака в кулоновском поле.
- 72.* Найти гиромагнитное отношение для состояния $1S_{1/2}$ частицы Дирака в кулоновском поле.