

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

физический факультет

Квантовая теория, 2-й поток май 2013 г.

<http://hep.phys.msu.ru>

Теоретические вопросы

1. Гильбертово пространство. Базис. Унитарные, эрмитовы и проекционные операторы. Их физический смысл.
2. Спектральное разложение эрмитова оператора. Случай чисто дискретного спектра. Определение функции от оператора.
3. Непрерывный спектр эрмитова оператора. Спектральное разложение, определение функции от оператора. Переход между представлениями в случае непрерывного спектра.
4. Теоремы о коммутаторах эрмитовых операторов и их собственных векторах.
5. Результаты измерения наблюдаемой. Матрица плотности, ее свойства, условие нормировки.
6. Чистое состояние. Матрица плотности чистого состояния. Описание чистого состояния с помощью вектора гильбертова пространства. Принцип суперпозиции, его обоснование.
7. Совместимые и несовместимые наблюдаемые. Полный набор наблюдаемых. Соотношение неопределенностей.
8. Пространство состояний составной системы. Нахождение матрицы плотности подсистемы. Примеры всех возможных комбинаций чистых и смешанных состояний у системы и подсистем.
9. "Парадоксы" квантовой механики. "Парадокс" ЭПР (Эйнштейна, Подольского, Розена). "Парадокс" GHZ (Greenberger, Horne, Zeilinger).
10. "Парадоксы" квантовой механики. "Парадокс" Коэна-Шпекера. Неравенства Белла.
11. Представления Гайзенберга и Шредингера, связь между ними, формальные решения уравнений Гайзенберга и Шредингера.
12. Стационарные состояния. Симметрии и интегралы движения.
13. Оператор эволюции и его свойства. Выражение для оператора эволюции в случае гамильтониана, зависящего от времени.
14. Координатное представление. Стационарное и нестационарное уравнения Шредингера. Уравнение непрерывности.
15. Импульсное представление. Связь с координатным представлением. Операторы трансляции в координатном и импульсном пространстве.
16. Общие свойства спектра при одномерном движении. Дискретный спектр, непрерывный спектр, кратность вырождения. Осцилляционная теорема. Четный потенциал.
17. Непрерывный спектр и одномерное рассеяние. Рассеяние волновых пакетов.
18. Периодический потенциал, спектр и волновые функции.
19. Конечный отрезок периодического потенциала.
20. Теория момента. Матричные элементы оператора момента.
21. Сложение моментов. Коэффициенты Клебша-Гордона. Старшие вектора.
22. Шаровые спиноры.
23. Неприводимые тензора.
24. Центральное-симметричное поле. Радиальное уравнение Шредингера, граничное условие.
25. Координатное и импульсное представление в 3-мерном случае. Поток вероятности, уравнение непрерывности. Падение на центр.

Задачи

1. Вычислить $f(b + \vec{a} \cdot \vec{\sigma})$.
2. Вычислить $\exp(i\varphi \vec{n} \vec{\sigma} / 2) \vec{b} \vec{\sigma} \exp(-i\varphi \vec{n} \vec{\sigma} / 2)$.
3. Вычислить $\exp(\mu \vec{n} \vec{\sigma} / 2) \vec{b} \vec{\sigma} \exp(\mu \vec{n} \vec{\sigma} / 2)$.
4. Вычислить $\text{Tr}(\sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l)$.
5. Известно, что $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}$ и $\exp(-z\hat{A})B \exp(z\hat{A}) = \hat{B}(1+i)/\sqrt{2}$. Найти все возможные значения z .
6. Вычислить $\exp(i\varphi \hat{l}_x) \hat{p}_z \hat{y} \exp(-i\varphi \hat{l}_x)$.
7. Вычислить

$$\exp(i\varphi \hat{l}_y) \cdot \hat{p}_x^2 \cdot \exp(-i\varphi \hat{l}_y)$$

8. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\exp(\mu \hat{a} \hat{a}^+) \cdot \hat{p} \cdot \exp(-\mu \hat{a} \hat{a}^+)$
9. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\exp(\mu \hat{a}^+ \hat{a}) \cdot \hat{x} \cdot \exp(-\mu \hat{a}^+ \hat{a})$
10. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\exp(\mu(\hat{a} \hat{a} - \hat{a}^+ \hat{a}^+)) \cdot \hat{x} \cdot \exp(-\mu(\hat{a} \hat{a} - \hat{a}^+ \hat{a}^+))$
11. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\exp(\mu(\hat{a} \hat{a} + \hat{a}^+ \hat{a}^+)) \cdot \hat{p} \cdot \exp(-\mu(\hat{a} \hat{a} + \hat{a}^+ \hat{a}^+))$

12. Вычислить

$$\exp(\mu x p) \cdot \hat{p}^2 \cdot \exp(-\mu x p)$$

13. Вычислить

$$\exp(\mu x p) \cdot \hat{x}^2 \cdot \exp(-\mu x p)$$

14. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\exp(\mu \hat{a}) \cdot \sin(\nu a^+) \cdot \exp(-\mu \hat{a})$$

15. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\exp(\mu \hat{x}) \cdot \cos(\nu p) \cdot \exp(-\mu \hat{x})$$

16. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1-i \\ i \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ($\theta=?$, $\varphi=?$). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

17. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1+i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ($\theta=?$, $\varphi=?$). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

18. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \exp[i(\beta/2)(\sin \alpha \sigma_1 + \cos \alpha \sigma_2)] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ($\theta=?$, $\varphi=?$). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

19. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \exp[i(\beta/2)(\cos \alpha \sigma_1 + \sin \alpha \sigma_2)] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ($\theta=?$, $\varphi=?$). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

20. Матрица плотности спина 1/2 равна

$$\rho = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/6 - i/6 \\ 1/6 + i/6 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Найти направление поляризации и степень поляризации. Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

21. Матрица плотности спина 1/2 равна

$$\rho = \begin{pmatrix} 2/3 & -i/3 \\ i/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Найти направление поляризации и степень поляризации. Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

22. Матрица плотности спина 1/2 равна

$$\rho = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/8 - i/8 \\ 1/8 + i/8 & 1/4 \end{pmatrix}$$

Найти направление поляризации и степень поляризации. Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Найти среднее значение проекции спина на ось $\vec{n}'(\theta', \varphi')$. Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

23. Пучок частиц со спином 1/2, ориентированным по оси x , влетает в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси z . На выходе из прибора верхний пучок пролетает область магнитного поля H_z , время пролета τ . После этого пучки сводят вместе и направляют в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси x . Найти отношение интенсивностей пятен.

24. Пучок частиц со спином 1/2, ориентированным по оси x , влетает в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси z . На выходе из прибора нижний пучок пролетает область магнитного поля H_z , время пролета τ . После этого пучки сводят вместе и направляют в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси y . Найти отношение интенсивностей пятен.

25. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1| + \frac{i}{6}|0\rangle\langle 1| - \frac{i}{6}|1\rangle\langle 0|$$

Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию импульса в этом состоянии.

26. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{3}{4}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 1| + \frac{1}{6}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{6}|1\rangle\langle 0|$$

Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты в этом состоянии.

27. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle \alpha | \hat{x} \hat{p} | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$$

28. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle \alpha | \hat{p} \hat{x} | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$$

29. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle \alpha | \hat{x} \hat{p} | \beta \rangle$. Как убывает ответ с ростом $|\alpha - \beta|$?

30. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle \alpha | \hat{p} \hat{x} | \beta \rangle$. Как убывает ответ с ростом $|\alpha - \beta|$?

31. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle \alpha | \hat{x}^2 | \beta \rangle$. Как убывает ответ с ростом $|\alpha - \beta|$?
32. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить $\langle \alpha | \hat{p}^2 | \beta \rangle$. Как убывает ответ с ростом $|\alpha - \beta|$?
33. Одномерный гармонический осциллятор. В координатном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния $|\alpha\rangle$.
34. Одномерный гармонический осциллятор. В импульсном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния $|\alpha\rangle$.

35. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить
- $$\langle n | \hat{x}^4 | n \rangle$$

36. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить
- $$\langle n | \hat{x}^3 | m \rangle$$

37. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить
- $$\langle n | \hat{p}^4 | n \rangle$$

38. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить
- $$\langle n | \hat{p}^3 | m \rangle$$

39. Волновая функция осциллятора имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\beta\rangle$$

Полагая $\langle \alpha | \beta \rangle \ll 1$, найти среднее значение и дисперсию координаты.

40. Волновая функция осциллятора имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|\beta\rangle$$

Полагая $\langle \alpha | \beta \rangle \ll 1$, найти среднее значение и дисперсию импульса.

41. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(0 < x < a) = U_0\delta(x - a)$, $V(a < x < b) = V_0$, $V(x > b) = \infty$.
42. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = \infty$, $V(-a < x < a) = U_0\delta(x)$, $V(x > a) = \infty$.
43. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = \infty$, $V(-a < x < a) = U_0\delta(x - b) + U_0\delta(x + b)$, $V(x > a) = \infty$.
44. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = \infty$, $V(-a < x < a) = U_0\delta(x - b) + U_0\delta(x + b) + V_0$, $V(x > a) = \infty$.
45. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = \infty$, $V(-a < x < -b) = U_0\delta(x + b) + V_0$, $V(-b < x < b) = 0$, $V(b < x < a) = U_0\delta(x - b) + V_0$, $V(x > a) = \infty$.
46. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = 0$, $V(-a < x < a) = U_0\delta(x) - V_0$, $V(x > a) = 0$.
47. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = 0$, $V(-a < x < a) = U_0\delta(x - a) + U_0\delta(x + a) - V_0$, $V(x > a) = 0$.
48. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < -a) = 0$, $V(-a < x < a) = -U_0\delta(x - a) - U_0\delta(x + a) + V_0$, $V(x > a) = 0$.
49. Найти уровни энергии в потенциале $V(x) = -U_0\delta(x - a) - U_0\delta(x + a) - V_0\delta(x)$.
50. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(0 < x < a) = -U_0\delta(x - a) + V_0$, $V(x > a) = 0$.
51. Найти уровни энергии в потенциале $V(x < 0) = \infty$, $V(0 < x < a) = U_0\delta(x - a) - V_0$, $V(x > a) = 0$.
52. Найти коэффициенты отражения и прохождения для потенциала $V(x < 0) = 0$, $V(0 < x) = U_0\delta(x) + V_0$.
53. Найти коэффициенты отражения и прохождения для потенциала $V(x < 0) = 0$, $V(0 < x) = U_0\delta(x) - V_0$.
54. Найти уровни энергии для сферической оболочке $V(r) = -V_0\delta(r - a)$.

55. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = -U_0 + V_0\delta(r - a)$, $V(r > a) = 0$.
56. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = U_0 - V_0\delta(r - a)$, $V(r > a) = 0$.
57. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = -U_0 + V_0\delta(r - a)$, $V(r > a) = A/r^2$.
58. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = A/r^2 - V_0\delta(r - a)$, $V(r > a) = 0$.
59. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = A/r^2 - V_0$, $V(r > a) = 0$.
60. Найти уровни энергии в шаровом слое $V(r < a) = \infty$, $V(a < r < b) = U_0$, $V(b < r < c) = A/r^2$, $V(r > c) = \infty$.
61. Найти уровни энергии в шаровом слое $V(r < a) = \infty$, $V(a < r < b) = U_0 + A/r^2$, $V(b < r < c) = 0$, $V(r > c) = \infty$.
62. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = A/r^2$, $V(a < r < b) = U_0$, $V(r > b) = \infty$.
63. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = 0$, $V(a < r < b) = U_0 + V_0\delta(r - a)$, $V(r > b) = \infty$.
64. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = A/r^2$, $V(a < r < b) = V_0\delta(r - a)$, $V(r > b) = \infty$.
65. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале $V(r < a) = -U_0$, $V(a < r < b) = A/r^2 + V_0\delta(r - a)$, $V(r > b) = \infty$.

66. Вычислить

$$\langle l'm'|l_x l_x|lm\rangle \quad \langle l'm'|l_y l_y|lm\rangle$$

67. Система двух спинов $1/2$ находится в состоянии

$$|\psi\rangle = \exp(i\varphi S_y)|\downarrow\downarrow\rangle$$

Чему равны вероятности $P_{S=1, S_z=1}$, $P_{S=1, S_z=0}$, $P_{S=1, S_z=-1}$?

68. Система двух спинов $1/2$ находится в состоянии $S = 0$. Оба спина пропускают сквозь прибор Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}(\theta, \varphi)$. Найти вероятности всех 4 возможных результатов (вв, вн, нв, нн).
69. Система двух спинов $1/2$ находится в состоянии $S = 1$, $S_z = 0$. Оба спина пропускают сквозь прибор Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси $\vec{n}(\theta, \varphi)$. Найти вероятности всех 4 возможных результатов (вв, вн, нв, нн).

70. Гамильтониан системы двух спинов $1/2$ имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_1 s_z^{(1)} H_z - 2\mu_2 s_z^{(2)} H_z + \alpha \vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)}$$

Найти уровни энергии и соответствующие волновые функции.

71. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}|\downarrow\downarrow\rangle - \frac{1}{2}|\uparrow\downarrow\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\downarrow\uparrow\rangle$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

72. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}|\uparrow\uparrow\rangle - \frac{i}{\sqrt{3}}|\uparrow\downarrow\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|\downarrow\uparrow\rangle$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

73. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{1}{3}|\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| + \frac{1}{3}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \frac{1}{3}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{9}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{9}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

74. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} |\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{4} |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \frac{1}{4} |\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + i\frac{1}{8} |\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| - i\frac{1}{8} |\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

75. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(i\alpha S_x) |\downarrow\downarrow\rangle + \frac{1}{2} \exp(i\beta S_y) (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

76. Сложение двух спинов 1/2. Вычислить

$$\langle S = 1, S_z = 0 | s_y^{(1)} | S = 1, S_z = 1 \rangle \quad \langle S = 1, S_z = -1 | s_x^{(1)} | S = 0, S_z = 0 \rangle \\ \langle S = 0, S_z = 0 | s_z^{(2)} | S = 1, S_z = 0 \rangle$$

77. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить

$$\langle j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 | s_x | j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 \rangle \\ \langle j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 | s_y | j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle \\ \langle j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 | s_z | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

78. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 | l_x | j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 \rangle \\ \langle j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 | l_y | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle \\ \langle j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 | l_z | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

79. Частица со спином 1/2 находится в состоянии $|j l m_j\rangle$. Найдите направление спина $\vec{n}(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$ в точке с координатами (r, θ, φ) .

80. Показать, что если A — скалярный оператор, то

$$\langle l' m' | A | l m \rangle = \delta_{l'l} \delta_{m'm} a(l)$$

т.е. его матричные элементы диагональны по l , диагональны по m , не зависят от m .

81. Сложение моментов $l_1 = 2$ и $l_2 = 1$. Вычислить

$$|L = 1, M = 1\rangle \quad |L = 1, M = 0\rangle \quad |L = 1, M = -1\rangle$$

82. Сложение моментов $l_1 = 2$ и $l_2 = 2$. Найти все старшие вектора с определенными значениями L

83. Сложение моментов $l_1 = 1$ и $l_2 = 1$. Вычислить все коэффициенты Клебша Гордона.

84. Спин 1/2 помещен в магнитное поле

$$\vec{H}(t) = (H_1 \cos \Omega t, H_1 \sin \Omega t, H_0)$$

В момент времени $t = 0$ спин был ориентирован вверх. Найти вероятность переворота спина в момент времени t . Указать условие резонанса.

85. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находится в основном состоянии. Затем он на интервале $0 < t < t_0$ подвергается воздействию силы $f(t) = f_0(t/t_0)$. Найти волновую функцию в момент времени t и вероятность обнаружить его на n -ом уровне в момент времени t .

86. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии $|0\rangle$. При $0 < t < 2\pi/\Omega$ на него действует классическая сила $f(t) = f_0 \sin(\Omega t)$. Найти волновую функцию $|\psi(t)\rangle$ и вероятность пребывания в состоянии $|n\rangle$ в произвольный момент времени t .

87. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находился в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$. Найти волновую функцию в момент времени t . Вычислить средние значения координаты и импульса и их дисперсию в момент времени t .

88. Гамильтониан системы двух частиц со спином 1/2 имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} - s_z^{(2)})H_z$$

Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени t , если в момент времени $t = 0$ спин первой частицы был ориентирован вдоль оси x , а второй — по оси y .

89. Гамильтониан системы двух частиц со спином $1/2$ имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} + s_z^{(2)})H_z$$

Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени t , если в момент времени $t = 0$ спин первой частицы был ориентирован вдоль оси x , а второй — по оси y .

90. В начальный момент времени наблюдаемая \hat{A} равна σ_1 . Решить уравнение Гайзенберга, если гамильтониан равен $\beta\sigma_3$

91. В начальный момент времени наблюдаемая \hat{A} равна σ_2 . Решить уравнение Гайзенберга, если гамильтониан равен $\beta\sigma_3$

92. Одномерный гармонический осциллятор. Решить уравнение Гайзенберга для оператора \hat{a} .

93. Одномерный гармонический осциллятор. Решить уравнение Гайзенберга для оператора \hat{a}^+ .

94. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии

$$\rho(t=0) = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1|$$

Найти матрицу плотности, среднее значение и дисперсию координаты и импульса в произвольный момент времени t .

95. Спин $1/2$ в начальный момент времени находится в состоянии

$$\rho(t=0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\xi\vec{n}\vec{\sigma}$$

Он помещен в однородное магнитное поле, ориентированное по оси z . Найти матрицу плотности, направление и степень поляризации в произвольный момент времени t .