

# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

## физический факультет

Квантовая теория, 2-й поток (май 2012 г.)

<http://hep.phys.msu.ru>

### Теоретические вопросы

- 1. Гильбертово пространство. Базис. Унитарные, эрмитовы и проекционные операторы. Их физический смысл.
- 2. Спектральное разложение эрмитова оператора. Случай непрерывного спектра. Определение функции от оператора. Теоремы о коммутаторах эрмитовых операторов и их собственных векторах.
- 3. Результаты измерения наблюдаемой. Матрица плотности, ее свойства, условие нормировки.
- 4. Чистое состояние. Матрица плотности чистого состояния. Описание чистого состояния с помощью вектора гильбертова пространства. Принцип суперпозиции, его обоснование.
- 5. Совместимые и несовместимые наблюдаемые. Полный набор наблюдаемых. Соотношение неопределенностей.
- 6. Пространство состояний составной системы. Нахождение матрицы плотности подсистемы. Примеры всех возможных комбинаций чистых и смешанных состояний у системы и подсистем.
- 7. "Парадоксы" квантовой механики. "Парадокс" ЭПР (Эйнштейна, Подольского, Розена). "Парадокс" GHZ (Greenberger, Horne, Zeilinger).
- 8. "Парадоксы" квантовой механики. "Парадокс" Коэна-Шпекера. Неравенства Белла.
- 9. Представления Гайзенберга и Шредингера, связь между ними, формальные решения уравнений Гайзенберга и Шредингера.
- 10. Стационарные состояния. Симметрии и интегралы движения. Оператор эволюции и его свойства. Выражение для оператора эволюции в случае гамильтониана, зависящего от времени.
- 11. Координатное и импульсное представление. Их связь. Операторы трансляции в координатном и импульсном пространстве.
- 12. Общие свойства спектра при одномерном движении. Дискретный спектр, непрерывный спектр, кратность вырождения. Осцилляционная теорема. Четный потенциал.
- 13. Непрерывный спектр и одномерное рассеяние. Рассеяние волновых пакетов.
- 14. Периодический потенциал, спектр и волновые функции. Периодический потенциал и конечный отрезок периодического потенциала.
- 15. Квазиклассическое приближение. Условие применимости. Условие сшивания в точках поворота.
- 16. Правила квантования Бора-Зоммерфельда. Коэффициент туннелирования. Условия применимости.
- 17. Теория момента. Матричные элементы оператора момента. Спин. Орбитальный момент.
- 18. Сложение моментов. Коэффициенты Клебша-Гордона. Старшие вектора.
- 19. Центральное-симметричное поле. Радиальное уравнение Шредингера, граничное условие.
- 20. Координатное и импульсное представление в 3-мерном случае. Поток вероятности, уравнение непрерывности. Падение на центр.

## Задачи

- 1. Вычислить  $f(b + \vec{a} \cdot \vec{\sigma})$ .
- 2. Вычислить  $\exp(i\varphi \vec{n} \vec{\sigma} / 2) \vec{b} \vec{\sigma} \exp(-i\varphi \vec{n} \vec{\sigma} / 2)$ .
- 3. Известно, что  $[\hat{A}, \hat{B}] = -2i\hat{B}$  и  $\exp(z\hat{A})B \exp(-z\hat{A}) = i\hat{B}$ . Найти все возможные значения  $z$ .
- 4. Вычислить  $\exp(i\varphi \hat{l}_y) \hat{p}_x \hat{z} \exp(-i\varphi \hat{l}_y)$ .
- 5. Вычислить

$$\exp(i\varphi \hat{l}_z) \cdot \exp(ia\hat{p}_y) \cdot \exp(-i\varphi \hat{l}_z)$$

- 6. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\exp(\alpha \hat{a} \hat{a}^+) \cdot \hat{p} \cdot \exp(-\alpha \hat{a} \hat{a}^+)$$

- 7. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\exp(\alpha(\hat{a} \hat{a} - \hat{a}^+ \hat{a}^+)) \cdot \hat{p} \cdot \exp(\alpha(\hat{a}^+ \hat{a}^+ - \hat{a} \hat{a}))$$

- 8. Двумерный осциллятор. Вычислить

$$\exp(\xi(\hat{a}_x^+ \hat{a}_y - \hat{a}_y^+ \hat{a}_x)) \cdot \hat{p}_y \cdot \exp(-\xi(\hat{a}_x^+ \hat{a}_y - \hat{a}_y^+ \hat{a}_x))$$

- 9. Двумерный осциллятор. Вычислить

$$\exp(\xi(\hat{a}_y^+ \hat{a}_z^+ - \hat{a}_y \hat{a}_z)) \cdot \hat{z} \cdot \exp(-\xi(\hat{a}_y^+ \hat{a}_z^+ - \hat{a}_y \hat{a}_z))$$

- 10. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 - i \\ i \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ( $\theta=?$ ,  $\varphi=?$ ). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси  $\vec{n}'(\theta', \varphi')$ . Найти среднее значение проекции спина на ось  $\vec{n}'(\theta', \varphi')$ . Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

- 11. Волновая функция спина 1/2 равна

$$|\psi\rangle = \exp[i(\beta/2)(-\sin \alpha \sigma_1 + \cos \alpha \sigma_2)] \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Куда направлен спин ( $\theta=?$ ,  $\varphi=?$ ). Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси  $\vec{n}'(\theta', \varphi')$ . Найти среднее значение проекции спина на ось  $\vec{n}'(\theta', \varphi')$ . Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

- 12. Пучок частиц со спином 1/2 в состоянии

$$\hat{\rho} = (1/2) + (1/2) \xi \vec{\sigma} \cdot \vec{n}(\theta, \varphi)$$

влетает в прибор Штерна-Герлаха с магнитным полем, ориентированным по оси  $z$ . Найти отношение интенсивностей верхнего и нижнего пятна. Как надо направить поле, чтобы это отношение стало максимальным? Чему равно это максимальное отношение?

- 13. Матрица плотности спина 1/2 равна

$$\rho = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/8 - i/8 \\ 1/8 + i/8 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Найти направление поляризации и степень поляризации. Найти вероятности попадания в верхний и нижний пучок в приборе Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси  $\vec{n}'(\theta', \varphi')$ . Найти среднее значение проекции спина на ось  $\vec{n}'(\theta', \varphi')$ . Показать, что ответы для среднего значения и вероятностей согласованы.

- 14. Пучок частиц со спином  $1/2$ , ориентированным по оси  $x$ , влетает в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси  $z$ . На выходе из прибора верхний пучок пролетает область магнитного поля  $H_z$ , время пролета  $\tau$ . После этого пучки сводят вместе и направляют в прибор Штерна-Герлаха с полем по оси  $x$ . Найти отношение интенсивностей пятен.

- 15. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1| + \frac{i}{6}|0\rangle\langle 1| - \frac{i}{6}|1\rangle\langle 0|$$

Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию импульса в этом состоянии.

- 16. Матрица плотности одномерного гармонического осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{3}{4}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 1| + \frac{1}{6}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{6}|1\rangle\langle 0|$$

Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты в этом состоянии.

- 17. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle \alpha | \hat{x} \hat{p} | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle$$

$$\langle \alpha | \hat{p} \hat{x} | \alpha \rangle - \langle \alpha | \hat{p} | \alpha \rangle \langle \alpha | \hat{x} | \alpha \rangle$$

- 18. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить  $\langle \alpha | \hat{x} | \beta \rangle$ ,  $\langle \alpha | \hat{p} | \beta \rangle$ . Как убывает ответ с ростом  $|\alpha - \beta|$ ?

- 19. Одномерный гармонический осциллятор. В координатном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния  $|\alpha\rangle$ .

- 20. Одномерный гармонический осциллятор. В импульсном представлении найти явный вид волновой функции для когерентного состояния  $|\alpha\rangle$ .

- 21. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle n | \hat{x}^4 | n \rangle \quad \langle n | \hat{x}^3 | m \rangle$$

- 22. Одномерный гармонический осциллятор. Вычислить

$$\langle n | \hat{p}^4 | n \rangle \quad \langle n | \hat{p}^3 | m \rangle$$

- 23. Матрица плотности осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha n) (1 - \exp(-\alpha)) |n\rangle\langle n|$$

(здесь  $\alpha = \hbar\omega/kT$ ). Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию координаты.

- 24. Матрица плотности осциллятора имеет вид

$$\hat{\rho} = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha n) (1 - \exp(-\alpha)) |n\rangle\langle n|$$

(здесь  $\alpha = \hbar\omega/kT$ ). Найти среднее значение и дисперсию энергии, среднее значение и дисперсию импульса.

- 25. Волновая функция осциллятора имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\beta\rangle$$

Полагая  $\langle \alpha | \beta \rangle \ll 1$ , найти среднее значение и дисперсию координаты.

- 26. Волновая функция осциллятора имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\beta\rangle$$

Полагая  $\langle \alpha | \beta \rangle \ll 1$ , найти среднее значение и дисперсию импульса.

- 27. Найти уровни энергии и волновые функции системы

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} + \frac{qy^2}{2} + \alpha xy$$

- 28. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = -V_0\delta(x-a) - V_0\delta(x+a) + U_0\theta(a-|x|)$$

$$(\theta(x > 0) = 1, \theta(x < 0) = 0).$$

- 29. Найти уровни энергии в потенциале  $V(x) = \infty$  при  $|x| > a$ ,  $V(x) = 0$  при  $b < |x| < a$ ,  $V(x) = U_0$  при  $|x| < b$ .

- 30. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < a \\ U_0 + V_0\delta(x-c) & a < x < c \\ 0 & c < x < b \\ \infty & x > b \end{cases}$$

- 31. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < -a \\ V_0\delta(x+b) + V_0\delta(x-b) & -a < x < a \\ \infty & x > a \end{cases}$$

- 32. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -U_0 + V_0\delta(x) & -a < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

- 33. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = -V_0\delta(x-a) - V_0\delta(x+a) + U_0\delta(x)$$

- 34. Найти уровни энергии в потенциале

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -U_0 - V_0\delta(x-a) & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

- 35. Найти коэффициенты отражения и прохождения для потенциала  $V(x) = V_0\delta(x) + U_0\theta(x)$  ( $\theta(x > 0) = 1$ ,  $\theta(x < 0) = 0$ ).

- 36. Найти расположение разрешенных зон для одномерной решетки Дирака

$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x-na)$$

- 37. Найти расположение нижней разрешенной зоны для одномерной решетки Дирака

$$V(x) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_0\delta(x-na)$$

- 38. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии в потенциале  $V(x < 0) = \infty$ ,  $V(x > 0) = kx^2/2$ . Сравнить с точным ответом.

- 39. Найти в квазиклассическом приближении уровни энергии в потенциале  $V(x < 0) = \infty$ ,  $V(x > 0) = kx$ .

- 40. Найти в квазиклассическом приближении коэффициент надбарьерного отражения на потенциале  $V(x < 0) = 0$ ,  $V(0 < x < a) = U_0 x/a$ ,  $V(a < x) = U_0$ . Сравнить с точным ответом при  $a \rightarrow 0$ . Проанализировать ответ в классическом пределе.
- 41. Найти зависимость времени жизни  $\alpha$ -активного ядра от энергии вылетающей  $\alpha$ -частицы.
- 42. Найти зависимость тока холодной эмиссии от величины приложенного электрического поля.
- 43. Найти уровни энергии для сферической оболочки  $V(r) = -V_0 \delta(r - a)$ .
- 44. Найти уровни энергии в сферически-симметричном потенциале  $V(r) = -U_0 \theta(a - r) + V_0 \delta(r - a)$  ( $\theta(x > 0) = 1$ ,  $\theta(x < 0) = 0$ ).
- 45. Найти уровни энергии в шаровом слое  $V(r < a) = \infty$ ,  $V(r > c) = \infty$ ,  $V(a < r < b) = 0$ ,  $V(b < r < c) = A/r^2$ .
- 46. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале при  $l \neq 0$ :

$$V(r) = \begin{cases} \infty & r < a \\ V_0 & a < r < b \\ 0 & b < r < c \\ \infty & r > c \end{cases}$$

- 47. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале при  $l \neq 0$ :

$$V(r) = \begin{cases} U_0 \theta(a - r) + V_0 \delta(r - a) & r < b \\ \infty & r > b \end{cases}$$

$$(\theta(x > 0) = 1, \theta(x < 0) = 0).$$

- 48. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале при  $l \neq 0$ :

$$V(r) = \begin{cases} \theta(r - a) * A/r^2 + V_0 \delta(r - a) & r < b \\ \infty & r > b \end{cases}$$

$$(\theta(x > 0) = 1, \theta(x < 0) = 0).$$

- 49. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале:

$$V(r) = \begin{cases} -U_0 & r < a \\ A/r^2 & r > a \end{cases}$$

- 50. Найти уровни энергии в трехмерном сферически-симметричном потенциале:

$$V(r) = \begin{cases} A/a^2 & r < a \\ A/r^2 & a < r < b \\ \infty & r > b \end{cases}$$

- 51. Найти среднее значение кинетической энергии, потенциальной энергии, центробежного потенциала и величины  $1/r^3$  для атома водорода, который находится в состоянии  $|\psi_{nlm}\rangle$ .
- 52. Вычислить

$$\langle l' m' | l_x l_y | l m \rangle \quad \langle l' m' | l_y l_x | l m \rangle$$

- 53.

$$|\psi\rangle = \exp(i\varphi l_y) |l m\rangle$$

найти

$$\langle \psi | l_x l_z | \psi \rangle$$

- 54. Система двух спинов  $1/2$  находится в состоянии

$$|\psi\rangle = \exp(i\varphi S_x) | \uparrow \uparrow \rangle$$

Чему равны вероятности  $P_{S=1, S_z=1}$ ,  $P_{S=1, S_z=0}$ ,  $P_{S=1, S_z=-1}$  ?

- 55. Система двух спинов  $1/2$  находится в состоянии  $S = 0$ . Оба спина пропускают сквозь прибор Штерна-Герлаха с полем, ориентированным по оси  $\vec{n}(\theta, \varphi)$ . Найти вероятности всех 4 возможных результатов (вв, вн, нв, нн).

- 56. Гамильтониан системы двух спинов  $1/2$  имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_1 s_z^{(1)} H_z - 2\mu_2 s_z^{(2)} H_z + \alpha \vec{s}^{(1)} \cdot \vec{s}^{(2)}$$

Найти уровни энергии и соответствующие волновые функции.

- 57. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{4}}|\uparrow\uparrow\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|\uparrow\downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{4}}|\downarrow\uparrow\rangle$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

- 58. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{1}{3}|\uparrow\uparrow\rangle\langle\uparrow\uparrow| + \frac{1}{3}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \frac{1}{3}|\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \frac{1}{9}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{9}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

- 59. Матрица плотности системы двух спинов имеет вид

$$\hat{\rho} = \frac{1}{4}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| + \frac{1}{2}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow| + \frac{1}{4}|\downarrow\uparrow\rangle\langle\downarrow\uparrow| + \frac{i}{8}|\uparrow\downarrow\rangle\langle\downarrow\downarrow| - \frac{i}{8}|\downarrow\downarrow\rangle\langle\uparrow\downarrow|$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 0.

- 60. Волновая функция системы двух спинов имеет вид

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(i\alpha S_y)|\uparrow\uparrow\rangle + \frac{1}{2}\exp(i\beta S_x)(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

Найти матрицы плотности первого и второго спинов и вероятность того, что полный спин равен 1.

- 61. Сложение двух спинов  $1/2$ . Вычислить

$$\langle S = 1, S_z = 0 | s_x^{(2)} | S = 1, S_z = 1 \rangle \quad \langle S = 1, S_z = -1 | s_y^{(2)} | S = 0, S_z = 0 \rangle$$

$$\langle S = 0, S_z = 0 | s_z^{(1)} | S = 1, S_z = 0 \rangle$$

- 62. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить

$$\langle j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 | s_y | j = l - 1/2, m_j = m - 1/2 \rangle$$

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 | s_x | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 | s_z | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

- 63. Сложение орбитального момента и спина. Вычислить

$$\langle j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 | l_x | j = l - 1/2, m_j = m - 1/2 \rangle$$

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m - 1/2 | l_y | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

$$\langle j = l + 1/2, m_j = m + 1/2 | l_z | j = l - 1/2, m_j = m + 1/2 \rangle$$

- 64. Частица со спином  $1/2$  находится в состоянии  $|j l s m_j\rangle$ . Найдите направление спина  $\vec{n}(\tilde{\theta}, \tilde{\varphi})$  в точке с координатами  $(r, \theta, \varphi)$ .

- 65. Показать, что если  $A$  — скалярный оператор, то

$$\langle l' m' | A | l m \rangle = \delta_{l'l} \delta_{m'm} a(l)$$

т.е. его матричные элементы диагональны по  $l$ , диагональны по  $m$ , не зависят от  $m$ .

- 66. Сложение моментов  $l_1 = 2$  и  $l_2 = 1$ . Вычислить

$$|L = 1, M = 1\rangle \quad |L = 1, M = 0\rangle \quad |L = 1, M = -1\rangle$$

- 67. Сложение моментов  $l_1 = 2$  и  $l_2 = 2$ . Найти все старшие вектора с определенными значениями  $L$
- 68. Сложение моментов  $l_1 = 1$  и  $l_2 = 1$ . Вычислить все коэффициенты Клебша Гордона.
- 69. Спин  $1/2$  помещен в магнитное поле

$$\vec{H}(t) = (H_1 \cos \Omega t, H_1 \sin \Omega t, H_0)$$

В момент времени  $t = 0$  спин был ориентирован вверх. Найти вероятность переворота спина в момент времени  $t$ . Указать условие резонанса.

- 70. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени  $t = 0$  находится в основном состоянии. Затем он на интервале  $0 < t < t_0$  подвергается воздействию постоянной силы  $f(t) = f_0$ . Найти волновую функцию в момент времени  $t$  и вероятность обнаружить его на  $n$ -ом уровне в момент времени  $t$ .
- 71. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии  $|0\rangle$ . При  $0 < t < 2\pi/\Omega$  на него действует классическая сила  $f(t) = f_0 \sin(\Omega t)$ . Найти волновую функцию  $|\psi(t)\rangle$  и вероятность пребывания в состоянии  $|n\rangle$  в произвольный момент времени  $t$ .
- 72. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени  $t = 0$  находился в когерентном состоянии  $|\alpha\rangle$ . Найти волновую функцию в момент времени  $t$ . Вычислить средние значения координаты и импульса и их дисперсию в момент времени  $t$ .
- 73. Гамильтониан системы двух частиц со спином  $1/2$  имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} - s_z^{(2)})H_z$$

Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени  $t$ , если в момент времени  $t = 0$  спин первой частицы был ориентирован вдоль оси  $y$ , а второй — против оси  $y$ .

- 74. Гамильтониан системы двух частиц со спином  $1/2$  имеет вид

$$\hat{H} = -2\mu_0(s_z^{(1)} + s_z^{(2)})H_z$$

Найти вероятность того, что полный спин системы равен нулю в момент времени  $t$ , если в момент времени  $t = 0$  спин первой частицы был ориентирован вдоль оси  $y$ , а второй — против оси  $y$ .

- 75. Симметричный двумерный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии

$$|\psi(t=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|10\rangle - \frac{i}{\sqrt{3}}|01\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|00\rangle$$

Найти волновую функцию  $|\psi(t)\rangle$ , среднее значение и дисперсию  $x, y, p_x, p_y$  в произвольный момент времени  $t$ .

- 76. Линейный гармонический осциллятор в начальный момент времени находится в состоянии

$$\rho(t=0) = \frac{2}{3}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|0\rangle\langle 1| + \frac{1}{3}|1\rangle\langle 1|$$

Найти матрицу плотности, среднее значение и дисперсию координаты и импульса в произвольный момент времени  $t$ .

- 77. Спин  $1/2$  в начальный момент времени находится в состоянии

$$\rho(t=0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\xi\vec{n}\vec{\sigma}$$

Он помещен в однородное магнитное поле, ориентированное по оси  $z$ . Найти матрицу плотности, направление и степень поляризации в произвольный момент времени  $t$ .