

С помощью * отмечены вопросы, которые можно исключить по согласованию с преподавателем
<http://hep.phys.msu.ru>

Теоретические вопросы

1. Динамическая схема квантовой механики. Представления Гейзенберга и Шредингера. Переход от одного представления к другому. Оператор эволюции $U(t_2, t_1)$, его общий вид и основные свойства.
2. Принцип соответствия между классической и квантовой механикой, каноническое квантование.
3. Квантовомеханическая теория измерения. Средние значения и спектр физических величин. Измерение наблюдаемых с чисто дискретным невырожденным спектром и чистые состояния квантовой системы. Полный набор наблюдаемых.
4. Совместные и несовместные в смысле одновременного измерения величины, вероятностная интерпретация результатов измерения несовместных величин. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.
5. Совокупность чистых состояний квантовой системы как линейное векторное (гильбертово) пространство, его основные свойства. Принцип суперпозиции чистых состояний, его обоснование.
6. Наблюдаемые величины как эрмитовы операторы в пространстве состояний. Квантовомеханическая интерпретация собственных значений и собственных векторов эрмитового оператора для дискретного и непрерывного спектров. Спектральное разложение эрмитового оператора и функций от него.
- *7. Теория представлений в квантовой механике. Эквивалентность любого представления матричному. Переход от одного представления к другому как унитарное преобразование, его шредингеровская и гейзенбергова формы.
8. Координатное и импульсное представления. Волновая функция, ее вероятностная интерпретация. Переход от одного представления к другому.
9. Симметрии и интегралы движения в квантовой механике. Вырождение уровней энергии при наличии некоммутирующих интегралов движения.
10. Эволюция квантовомеханического состояния во времени. Стационарные состояния, их основные свойства. Характерные особенности и различия в эволюции во времени нормированных суперпозиций состояний из дискретной и непрерывной частей энергетического спектра.
11. Матрицы плотности и смешанные состояния. Средние значения физических величин в смешанном состоянии. Основные свойства матриц плотности. Матрицы плотности подсистем.
12. Квантование гармонического осциллятора методом операторов рождения-уничтожения. Когерентные состояния, их основные свойства.
13. Общие свойства уравнения Шредингера для нерелятивистской частицы в потенциальном поле. Уравнение непрерывности. Вариационный принцип для стационарного ур. Шредингера.
14. Квантовая механика частицы в потенциальном поле для одного пространственного измерения. Основные свойства дискретного спектра. Специфика одномерной потенциальной ямы с равновысокими стенками. Одномерное рассеяние на потенциале с регулярными асимптотиками $V(\pm\infty) = V_{\pm}$.
15. Одномерное уравнение Шредингера с периодическим потенциалом. Теорема Флоке, функции Блоха, квазиимпульс и зоны Бриллюэна.
16. Квазиклассическое (ВКБ) приближение, условие применимости. Квазиклассические волновые функции, их продолжение через точки поворота. Правило квантования Бора-Зоммерфельда.
17. Туннельный эффект в ВКБ-приближении.
18. Частица в центрально-симметричном поле. Разделение переменных. Орбитальный момент, собственные функции и собственные значения l^2 и l_z . Природа целочисленности орбитального момента. Конечный поворот как унитарное преобразование координатной волновой функции.
19. Радиальное уравнение Шредингера. Граничное условие при $r = 0$, его обоснование. Общие свойства энергетического спектра и волновых функций связанных состояний в центрально-симметричном поле. Падение на центр. ВКБ-приближение для радиального уравнения.
20. Угловой момент и конечные повороты в общем случае. Перестановочные соотношения для компонент момента. Спектр операторов J^2 , J_z . Матричные элементы компонент момента в базисе собственных векторов операторов J^2 , J_z . Операторы спина частицы, матричные элементы и собственные вектора. Спин $1/2$, основные свойства.
21. Векторное сложение двух моментов. Коэффициенты векторного сложения, их основные свойства и физический смысл. Явный вид коэффициентов сложения двух спинов $1/2$ и спина $1/2$ с орбитальным моментом l .
- *22. Операторы конечных вращений. Матрицы конечных вращений в параметризации Эйлера.
23. Скаляр и вектор в квантовой механике, их коммутаторы с компонентами полного углового момента системы как следствие законов преобразования при конечных поворотах. Показать, что скалярное произведение двух векторов есть скаляр, а векторное — (псевдо)вектор.

24. Правила отбора для матричных элементов от скаляра и вектора по состояниям $|JM\rangle$ с фиксированным полным моментом и его третьей проекцией. Показать, что для скаляра $\langle J'M'|A|JM\rangle = \delta_{JJ'}\delta_{MM'}\langle J|A|J\rangle$, для вектора $\langle JM|\vec{A}|JM'\rangle = \langle JM|\vec{J}|JM'\rangle \times \langle J|\vec{A}\vec{J}|J\rangle/J(J+1)$.
25. Пространственная инверсия в квантовой механике. Четность орбитального состояния. Тензоры и псевдотензоры (на примере скаляра и вектора). Правила отбора по четности.
26. Стационарная теория возмущений для невырожденного дискретного уровня (первый и второй порядки).
27. Теория возмущений для вырожденного уровня. Близкие уровни под влиянием возмущения.
28. Принцип тождественности. Фермионы и бозоны. Волновые функции системы N невзаимодействующих тождественных частиц. Эффективное спин-спиновое (обменное) взаимодействие как результат расщепления энергетических уровней под влиянием возмущения в системе двух тождественных частиц со спином $1/2$.
29. Многоэлектронный атом в приближении центрального поля. Оболочки и термы. Периодическая система элементов.
30. Диаграммы Юнга для валентной оболочки. Определение явного вида волновых функций термов через старшие вектора и детерминант Слэтера.
31. Правила Хунда для термов внешней оболочки многоэлектронного атома, их обоснование. Тонкая структура термов, LS - и JJ - типы связи.
32. Вариационный метод (Хартри-Фока) определения электронных ВФ и уровней энергии многоэлектронного атома (на примере пара- и ортогелия).
33. Модель Томаса-Ферми для многоэлектронного атома. Поправка Амальди. Полная энергия атома в модели ТФ.
34. Зависимость между атомным номером Z и орбитальным моментом электронов l валентной оболочки в модели ТФ, ее проявление в периодической системе элементов.
35. Общая постановка задачи о квантовых переходах. Нестационарная теория возмущений Дирака. Переходы под воздействием мгновенного изменения потенциала и в адиабатическом случае.
36. Переходы под воздействием гармонического возмущения. Золотое правило (Ферми) для скорости перехода.
37. Теория возмущений для переходов в непрерывном спектре для независящего явно от времени взаимодействия. Прямые и последовательные переходы. T -оператор (матрица реакций). Уравнение Липпмана-Швингера для T -оператора. Борновский ряд.
38. Эволюция метастабильного состояния (в представлении взаимодействия). Интенсивность и форма линии, связь между полушириной линии и временем жизни.
39. Потенциальное упругое рассеяние. Амплитуда и дифференциальное сечение. Оптическая теорема для упругого рассеяния.
40. Уравнение Липпмана-Швингера для упругого рассеяния. Борновский ряд для амплитуды рассеяния. Первое борновское приближение, область его применимости.
41. Парциальное разложение амплитуды упругого рассеяния. Поведение парциальных амплитуд и сечения рассеяния при низких энергиях.
42. Резонансы в упругом рассеянии при низких энергиях при наличии неглубокого дискретного уровня.
- *43. Аналитические свойства амплитуды рассеяния. Связь между полюсами амплитуды, дискретными уровнями и резонансами. Резонансное рассеяние на метастабильном состоянии.
44. Рассеяние при высоких энергиях. Приближение эйконала.
45. Переходы в системе 2 тождественных частиц, амплитуда упругого рассеяния 2 тождественных частиц (для с.ц.м.).
46. Квантование свободного электромагнитного поля излучения в кулоновской калибровке.
47. Излучение и поглощение фотонов атомом в первом порядке теории возмущений. Спонтанное излучение и вынужденное излучение и поглощение. Коэффициенты Эйнштейна.
48. Правила отбора, диаграмма направленности и поляризация излучения для однофотонных дипольных переходов в атоме, их интенсивность (по порядку величины).
- *49. $E2$ - и $M1$ - однофотонные переходы в атоме, соответствующие матричные элементы, правила отбора, оценка интенсивности (по порядку величины).
50. Уравнение Дирака. Уравнение непрерывности, его ковариантная форма. Спин частицы Дирака. Решения ур. Дирака для свободной частицы.
51. Уравнение Дирака во внешнем электромагнитном поле. Нерелятивистское приближение, уравнение Паули. Спиновый магнитный момент электрона.
52. Квазирелятивистское разложение уравнения Дирака для электрона в центральном поле. Первые релятивистские поправки, их физический смысл. Первая релятивистская поправка для уровней энергии электрона в водородоподобном атоме.

Задачи

1. Найти дисперсию координаты и импульса для гармонического осциллятора, находящегося на n -ом энергетическом уровне.

2. Найти уровни энергии и вектора состояния одномерного гармонического осциллятора в постоянном внешнем поле

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} - Fx.$$

3. Найти средние значения и дисперсии координаты и импульса осциллятора и корреляторы $\langle xp \rangle - \langle x \rangle \langle p \rangle$, $\langle px \rangle - \langle p \rangle \langle x \rangle$ в когерентном состоянии.
 4. Найти явный вид эволюции по времени когерентного состояния гармонического осциллятора.
 5. Исходя из условия минимизации соотношения неопределенностей между координатой и импульсом, найти явный вид волновых функций для когерентных состояний в координатном и импульсном представлениях.
 6. Одномерный гармонический осциллятор в момент времени $t = 0$ находится в основном энергетическом состоянии. Затем при $t > 0$ он подвергается воздействию внешней силы $f(t)$. Найти вероятность обнаружить его в n -ом возбужденном энергетическом состоянии как функцию t .
 7. Взаимодействие осциллятора с двухуровневой системой описывается гамильтонианом

$$H = \hbar\omega a^+ a + \frac{\hbar\omega}{2} \sigma_3 + \hbar\gamma (a\sigma_+ + a^+ \sigma_-)$$

где $\sigma_{\pm} = (\sigma_1 \pm i\sigma_2)/2$, σ_i — матрицы Паули. Найти стационарные состояния и уровни энергии в такой системе, среднее значение и дисперсию энергии осциллятора в этих состояниях.

8. Взаимодействие осциллятора с двухуровневой системой описывается гамильтонианом

$$H = \hbar\omega a^+ a + \frac{\hbar\omega}{2} \sigma_3 + \hbar\gamma (a\sigma_+ + a^+ \sigma_-)$$

где $\sigma_{\pm} = (\sigma_1 \pm i\sigma_2)/2$, σ_i — матрицы Паули. Найти как функцию времени вероятность одновременно обнаружить двухуровневую систему в верхнем энергетическом состоянии и осциллятора — в состоянии с m квантами, если при $t = 0$ двухуровневая система находилась в нижнем состоянии, а осциллятор — в состоянии с n квантами.

9. В начальный момент времени плотность распределения координат свободной нерелятивистской частицы массы m имела гауссову форму. Как будет изменяться со временем ширина пакета ?
 10. Найти уровни энергии и общее число связанных состояний в одномерной симметричной потенциальной яме $V(x) = -V_0$, $|x| < a$, $V(x) = 0$, $|x| > a$.
 11. Найти число дискретных уровней энергии в потенциале $V(x) = -V_0[\delta(x-a) + \delta(x+a)] + W_0\theta(a-|x|)$ в зависимости от параметров потенциала.
 12. Найти уровни энергии и общее число связанных состояний в одномерной потенциальной яме шириной a с разновысокими стенками $V_1 < V_2$.
 13. Найти вероятность отражения частицы от полубесконечного барьера высоты V_0 , если энергия частицы $E > V_0$.
 14. Найти коэффициент прохождения через потенциальный барьер $V(x) = V_1 \delta(x) + V_2 \delta(x-a)$.
 15. Найти точную вероятность туннелирования частицы сквозь одномерный потенциальный барьер $V(x) = V_0$, $|x| < a$, $V(x) = 0$, $|x| > a$ (энергия частицы меньше высоты барьера).
 16. Найти точную вероятность отражения частицы при прохождении над одномерным потенциальным барьером $V(x) = V_0$, $|x| < a$, $V(x) = 0$, $|x| > a$ (энергия частицы больше высоты барьера).
 17. Найти расположение зон Бриллюэна для одномерной решетки Дирака $V(x) = V_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-na)$, $V_0 > 0$.
 18. Найти расположение нижних зон Бриллюэна для одномерной решетки Дирака $V(x) = V_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-na)$, $V_0 < 0$.
 19. Методом ВКБ найти уровни энергии одномерного гармонического осциллятора.
 20. В ВКБ-приближении найти уровни энергии частицы массы m в потенциальном поле вида $V(z) = \infty$, $z < 0$, $V(z) = mgz$, $z > 0$.
 *21. В ВКБ-приближении, считая известной волновую функцию основного состояния для одной изолированной ямы, найти волновые функции и разность энергий двух нижних энергетических уровней для симметричного потенциала в виде двух ям, разделенных барьером, вероятность туннелирования сквозь который при этих энергиях мала.
 22. Пусть гамильтониан зависит от λ как от параметра и $H(\lambda) |\psi(\lambda)\rangle = E(\lambda) |\psi(\lambda)\rangle$. Показать, что для нормированных на единицу векторов $|\psi(\lambda)\rangle$ имеет место соотношение $\frac{\partial E(\lambda)}{\partial \lambda} = \langle \psi(\lambda) | \frac{\partial H(\lambda)}{\partial \lambda} | \psi(\lambda) \rangle$.

23. Доказать, что в состоянии с определенной энергией в центральносимметричном поле $V(r) = g * r^\gamma$ средние значения кинетической и потенциальной энергий связаны соотношением: $2\langle T \rangle = \gamma \langle V \rangle$ (теорема вириала).
24. С помощью оценки Баргмана описать основные свойства спектра связанных состояний у сферически-симметричного потенциала со степенной асимптотикой в нуле и на бесконечности.
25. Найти S -уровни энергии в сферически-симметричной яме: $V(r) = -V_0$ ($r < a$), $V(r) = 0$ ($r > a$).
26. Найти S -уровни энергии в сферической оболочке $V(r) = -V_0 \delta(r - a)$.
27. В рамках ВКБ-приближения установить закон α -распада для S -состояния, аппроксимируя потенциал ядра прямоугольным барьером $V(r) = V_0 \theta(r_1 \leq r \leq r_2)$.
28. Найти уровни энергии связанных состояний в потенциале $V(r) = -A/r - B/r^2$ и кратность их вырождения.
29. Радиальная волновая функция стационарного состояния частицы массы m в исчезающем на бесконечности центральном поле $U(r)$ имеет вид $R(r) = r(1 - \alpha r)e^{-\beta r}$. Найти значение орбитального момента в этом состоянии, его энергию и явный вид потенциала $U(r)$.
30. Найти вероятность пребывания электрона в классически запрещенной области для водородоподобного атома в основном состоянии.
31. Вычислить среднее значение $\langle r^{-1} \rangle$, $\langle r^{-2} \rangle$, $\langle r^{-3} \rangle$ в состоянии с определенной энергией E_n и орбитальным моментом l в кулоновом поле притяжения.
32. Найти среднее значение и дисперсию расстояния между электроном и ядром для водородоподобного атома в n -ом возбужденном состоянии.
33. Найти среднее значение различных компонент квадрупольного момента $Q_{ik} = x_i x_k - 1/3 \delta_{ik} \bar{r}^2$ для заряженной бесспиновой частицы, находящейся в кулоновом поле притяжения в стационарном состоянии с фиксированными n, l, m .
34. Найти уровни энергии бесспиновой заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле напряженности \mathcal{H} в состоянии с фиксированным значением проекций импульса и орбитального момента на направление поля.
35. Определить энергетический спектр заряженной бесспиновой частицы, движущейся в однородном электрическом и однородном магнитном полях, направления напряженностей которых взаимно перпендикулярны.
36. Найти уровни энергии заряженного сферически симметричного осциллятора, помещенного в постоянное однородное магнитное поле напряженности \mathcal{H} , для состояний с фиксированной проекцией орбитального момента на направление поля.
37. Найти спектр оператора углового момента для планарной (пространственно-двумерной) системы.
38. Установить соотношение неопределенностей между дисперсиями проекций J_x, J_y момента в состоянии с фиксированным значением J_z .
39. Вычислить $f[a1 + \vec{b}\vec{\sigma}]$, где 1 - единичная матрица, $\vec{\sigma}$ - матрицы Паули, a и \vec{b} - произвольные действительные число и вектор.
40. Найти спектр энергий заряженной частицы со спином $1/2$ в постоянном однородном магнитном поле \mathcal{H} .
41. При $t = 0$ нейтральная частица со спином $s=1/2$ и магнитным моментом $\vec{\mu} = \mu_0 \vec{s}$ находится в состоянии с проекцией спина $+1/2$ на некоторое направление \vec{n} . Рассмотреть прецессию магнитного момента в поле, направленном под углом θ к этому направлению и имеющем напряженность \mathcal{H} . Найти направление, вдоль которого ориентирован спин в момент времени t .
- *42. Нейтральная частица со спином $1/2$ и магнитным моментом $\vec{\mu} = \mu_0 \vec{s}$ находится в однородном магнитном поле, изменяющемся во времени по закону $\vec{\mathcal{H}} = \mathcal{H} \{\sin \theta \cos \omega t, \sin \theta \sin \omega t, \cos \theta\}$. В момент времени $t = 0$ проекция спина на направление поля была равна $+1/2$. Определить вероятность перехода частицы к моменту времени t в состояние, в котором проекция спина на направление магнитного поля равна $-1/2$.
43. Найти спиновые волновые функции системы двух частиц со спином $1/2$, которые являются собственными функциями операторов $\vec{s}^2 = (\vec{s}_1 + \vec{s}_2)^2$, $s_z = (s_1)_z + (s_2)_z$.
44. Протон и нейтрон находятся в синглетном состоянии по полному спину. Найти вероятности обнаружить у них одинаковые или различные значения проекции спина на ось \vec{n} при одновременном измерении.
45. Выразить проекционные операторы на синглетное и триплетное состояния для системы из двух частиц со спином $1/2$ через скалярное произведение их спинов $\vec{s}_1 \vec{s}_2$.
46. Две частицы со спином $1/2$ находятся в состоянии $|\Psi\rangle = \exp(i\varphi_1 s_{1x}) \exp(i\varphi_2 s_{2y}) |\uparrow\uparrow\rangle$. Найти вероятности обнаружить частицы в синглетном и триплетном состояниях по полному спину.
47. Гамильтониан системы двух взаимодействующих частиц со спином $1/2$, помещенных в постоянное однородное магнитное поле, имеет вид

$$H = -(\mu_1 \vec{s}_1 + \mu_2 \vec{s}_2) \vec{\mathcal{H}} + \alpha \vec{s}_1 \vec{s}_2 .$$

Найти уровни энергии системы.

- *48. Гамильтониан системы двух частиц со спином $1/2$, отличающихся знаком спинового гиромангнитного отношения, в магнитном поле имеет вид

$$H = -\mu(\vec{s}_1 - \vec{s}_2) \vec{\mathcal{H}} .$$

Найти вероятность обнаружить систему в синглетном состоянии по полному спину в момент времени $t > 0$, если в начальный момент времени $t = 0$ первая частица была поляризована в положительном направлении оси x , а вторая — в отрицательном, а магнитное поле направлено по оси z .

- *49. Найти вид операторов спина 1 в представлении, где S_z диагональна. Показать, что операторы спина 1 могут быть представлены также в виде $(S_i)_{jk} = i(\hbar)\epsilon_{ijk}$. Найти унитарное преобразование, связывающее эти два представления.
- *50. Определить отношение интенсивностей пятен на экране в опыте Штерна-Герлаха для поляризованного по оси z пучка частиц спина 1 и магнитным моментом $\vec{\mu} = \mu_0\vec{s}$, если отклоняющее магнитное поле ориентировано под углом θ к оси z .
51. Частица со спином $1/2$ находится в поле центральных сил. Найти волновые функции этой частицы, являющиеся одновременно собственными функциями трех коммутирующих операторов: $j_z = l_z + s_z$, j^2 , l^2 .
52. Частица со спином $1/2$ находится в состоянии с квантовыми числами (j, l, s, j_z) . Найти вероятности различных значений проекций орбитального и спинового моментов частицы l_z и s_z при их одновременном измерении в этом состоянии.
53. Частица со спином $1/2$ находится в состоянии с квантовыми числами (j, l, s, j_z) . Покажите, что направление спина (т.е. направление оси, вдоль которой проекция с достоверностью принимает значение $1/2$) различно в различных точках пространства. Найти связь полярных углов этой оси с направлением радиус-вектора.
- *54. Найти средние значения различных компонент квадрупольного момента $Q_{ik} = x_i x_k - 1/3\delta_{ik}\bar{r}^2$ для частицы со спином $1/2$ в состоянии с фиксированными $j_z = l_z + s_z$, j^2 , l^2 .
55. Найти средние значения компонент полного магнитного момента частицы $\vec{\mu} = \mu_l\vec{l} + \mu_s\vec{s}$ в состоянии $|j l s m_j\rangle$ с определенными значениями $j, l, s, j_z = m_j$.
56. Показать, что условие $\rho^2 = \rho$ или $\langle \ln \rho \rangle_\rho = 0$ есть н. и д. условие того, что смешанное состояние становится чистым.
57. Установить вид соотношения неопределенностей для некомутирующих величин при их измерении в смешанном состоянии.
58. Равновесное состояние одномерного гармонического осциллятора в термостате с температурой T описывается матрицей плотности $\rho = \exp(-\beta H)/\text{Tr}(\exp(-\beta H))$, где H — гамильтониан осциллятора, $\beta = 1/kT$. Найти среднюю энергию осциллятора и ее дисперсию в этом состоянии.
59. Система двух частиц со спином $1/2$ находится в чистом состоянии

$$|\Psi\rangle = (|\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\downarrow\rangle)/\sqrt{3}.$$

Найти матрицы плотности смешанных состояний, в которых находится каждая из частиц по-отдельности.

60. Установить, при каких условиях на параметры α, β, γ матрица

$$\rho = \begin{pmatrix} 1/2 + \alpha & \beta - i\gamma \\ \beta + i\gamma & 1/2 - \alpha \end{pmatrix}$$

будет спиновой матрицей плотности. Найти средние значения всех трех компонент спина в этом состоянии.

61. Определить отношение интенсивности пятен на экране в опыте Штерна-Герлаха, если отклоняющее градиентное магнитное поле ориентировано по оси \vec{n} , имеющей сферические углы θ и φ , а состояние пучка электронов в представлении, где матрица s_z диагональна, описывается матрицей плотности:

$$\rho = \begin{pmatrix} 1/2 + \alpha & \beta - i\gamma \\ \beta + i\gamma & 1/2 - \alpha \end{pmatrix}.$$

Установить, при каких θ и φ отношение интенсивностей будет максимально (минимально).

62. Найти зависимость разности энергий основного и первого возбужденного уровней молекулы аммиака NH_3 от внешнего электрического поля.
63. В первом исчезающем приближении найти коэффициент электрической поляризуемости атома водорода в основном состоянии.
64. В первом исчезающем порядке теории возмущений найти энергию взаимодействия двух атомов водорода на больших расстояниях (силы Ван-дер-Ваальса) и ее зависимость от обменных эффектов.
65. Найти расщепление уровней энергии атома водорода в слабом по величине напряженности однородном магнитном поле \vec{H} , когда $\frac{e\hbar}{2mc} \mathcal{H} \ll |\Delta E_{jj'}|$ (нормальный эффект Зеемана).
66. Рассчитать расщепление уровней атома водорода в среднем по величине напряженности однородном магнитном поле \vec{H} , когда $\frac{e\hbar}{2mc} \mathcal{H} \simeq |\Delta E_{jj'}|$ (эффект Пашена-Бака).
67. Рассчитать расщепление уровней атома водорода в сильном по величине напряженности однородном магнитном поле \vec{H} , когда $\frac{e\hbar}{2mc} \mathcal{H} \gg |\Delta E_{jj'}|$ (аномальный эффект Зеемана).

68. Рассчитать расщепление уровня атома водорода с $n = 2$ в слабом по величине напряженности однородном электрическом поле (эффект Штарка мал по сравнению с $|\Delta E_{JJ'}|$).
- *69. Рассчитать расщепление уровня атома водорода с $n = 2$ в среднем по величине напряженности однородном электрическом поле (эффект Штарка одного порядка с $|\Delta E_{JJ'}|$).
70. Рассчитать расщепление уровня атома водорода с $n = 2$ в перпендикулярных однородных электрическом и магнитном полях с учетом спинового магнитного момента электрона. Тонкой структурой пренебречь.
71. Найти расщепление уровня атома водорода с $n = 2$ в параллельных однородных электрическом и магнитном полях с учетом спинового магнитного момента электрона. Тонкой структурой пренебречь.
72. Найти вариационным методом энергию связи и волновую функцию основного состояния гелиеподобного атома с двумя электронами. Пробную функцию выбрать в виде произведения $1s$ -одноэлектронных кулоновских функций с эффективным зарядом $\alpha = Z - \sigma$, играющим роль вариационного параметра.
- *73. Оценить энергию ионизации возбужденного электрона для пара- и орто-гелия. Возбужденный электрон находится в состоянии nl , второй электрон в состоянии $1s$ и полностью экранирует одну единицу заряда ядра.
74. Найти парамагнитную восприимчивость вырожденного электронного газа ($T = 0$).
- *75. Найти зависимость тока холодной эмиссии электронов с поверхности металла от приложенного электрического поля с или без учета наведения зеркального заряда.
- *76. Найти зависимость энергии магнона от волнового числа в одномерной спиновой цепочке с гамильтонианом $H = -\alpha \sum_n \vec{s}_n \vec{s}_{n+1} - \beta \sum_n \vec{s}_n \vec{s}_{n+2} - 2\mu_0 \mathcal{H} \sum_n \vec{s}_n$.
77. Разложить электронную конфигурацию $(np)^3$ на термы.
78. Разложить электронную конфигурацию $(nd)^2$ на термы.
79. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $(np)^3$.
80. Найти явный вид волновых функций термов в конфигурации $(np)^4$.
81. Найти характеристики терма основного состояния (S, L, J) валентной электронной конфигурации k электронов с орбитальным моментом l .
82. Показать, что оператор $\sum_{i=1}^Z g(r_i)(\vec{l}_i \cdot \vec{s}_i)$ спин-орбитального взаимодействия приводит к расщеплению каждого терма с квантовыми числами L, S на $2L + 1$ или на $2S + 1$ подуровней.
83. Найти расщепление уровней энергии многоэлектронного атома в сильном однородном магнитном поле $\vec{\mathcal{H}}$, когда $\frac{e\hbar}{2mc} \mathcal{H} \gg |\Delta E_{JJ'}|$ (аномальный эффект Зеемана).
84. Найти расщепление уровней энергии многоэлектронного атома в слабом однородном магнитном поле $\vec{\mathcal{H}}$, когда $\frac{e\hbar}{2mc} \mathcal{H} \ll |\Delta E_{JJ'}|$ (нормальный эффект Зеемана).
85. Найти расщепление уровней энергии многоэлектронного атома в слабом однородном электрическом поле (эффект Штарка мал по сравнению с $|\Delta E_{JJ'}|$).
- *86. Вариационным методом оценить энергию диссоциации иона H_2^+ .
87. Двухуровневая система с состояниями $|1\rangle, |2\rangle$, энергии которых есть $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2$, подвергается действию не зависящего от времени возмущения W . Вычислить вероятность обнаружить то или иное состояние в момент времени t , если в момент времени $t = 0$ система находилась в основном состоянии.
88. Двухуровневая система с состояниями $|1\rangle, |2\rangle$, энергии которых есть $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2$, подвергается действию периодического возмущения, которое описывается эрмитовым оператором $W * \cos(\omega t)$. Вычислить вероятность обнаружения в том или ином состоянии в момент времени t , если в момент времени $t = 0$ система находилась в основном состоянии, и расстройка частот $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 - \omega$ мала.
89. Найти зависимость интенсивности сигнала в идеальном ЭПР-эксперименте от угла α между векторами поляризующего (постоянного) и возбуждающего (переменного) магнитными полями $\vec{\mathcal{H}}_0$ и $\vec{\mathcal{H}}_1$.
90. Найти вероятность перехода атома трития H^3 из $1s$ состояния в $1s$ состояние иона He^{3+} при β -распаде одного из нейтронов ядра.
91. Найти дифференциальное и полное сечение неупругого рассеяния частицы на неподвижном сферическом гармоническом осцилляторе с переходом последнего из основного в первое возбужденное состояние при контактном взаимодействии между частицей и осциллятором $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$.
92. В борновском приближении вычислить дифференциальное и полное сечение неупругого рассеяния мюона на неподвижном атоме водорода с возбуждением атомного электрона из $1s$ в $2s$.
- *93. В борновском приближении вычислить дифференциальное и полное сечение неупругого рассеяния электрона на неподвижном атоме водорода с возбуждением атома из $1s$ в $2s$ с учетом обменных эффектов.
94. В приближении эйконала найти парциальные фазы рассеяния на потенциале A/r^2 для $l \gg 1$. Сравнить с точным ответом.
95. Найти точную амплитуду для упругого кулоновского рассеяния частицы на неподвижном точечном заряде.

96. В борновском приближении вычислить дифференциальное и полное сечение упругого рассеяния на потенциале Юкавы $V(r) = g \exp(-ar)/r$.
97. Без учета обменных эффектов вычислить дифференциальное и полное сечение упругого рассеяния быстрых электронов на атоме водорода, находящемся в основном состоянии.
98. В борновском приближении выразить амплитуду упругого рассеяния заряженной бесспиновой частицы на локализованном сферическом распределении заряда через его плотность $\rho(r)$.
99. В борновском приближении найти формфактор, дифференциальное и полное сечение упругого рассеяния заряженной бесспиновой частицы на равномерно заряженном шаре радиуса R .
100. Вычислить амплитуду и сечение упругого рассеяния медленной частицы на потенциальной яме $V(r) = -V_0$, $r < a$, $V(r) = 0$, $r > a$. Объяснить резонансный характер такого рассеяния.
101. Найти сечение резонансного рассеяния медленной частицы для s -волны на потенциале $V(r) = V_0 \delta(r - a)$, $V_0 > 0$, энергию и время жизни метастабильных состояний, соответствующих этим резонансам.
102. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для быстрых частиц, де-бройлевская длина волны которых $\lambda \ll a$.
103. Определить полное сечение упругого рассеяния непроницаемой сферой радиуса a для медленных частиц, де-бройлевская длина волны которых $\lambda \gg a$.
104. Найти вероятность того, что рассеянный на протоне медленный нейтрон изменит ориентацию своего спина, если до столкновения спин нейтрона был направлен по оси z , а спин протона — в противоположном направлении. Амплитуда рассеяния системы протон-нейтрон в синглетном состоянии — f_0 , в триплетном — f_1 .
105. Найти дифференциальное сечение упругого кулоновского рассеяния электрона на электроном для синглетного и триплетного состояний по полному спину с учетом интерференции фаз (в системе центра масс).
106. Найти средние значения и дисперсию электрической и магнитной напряженностей квантованного электромагнитного поля излучения в одномодовом когерентном состоянии $|\alpha\rangle$.
107. Найти средние значения и дисперсию векторного потенциала квантованного электромагнитного поля излучения в двухмодовых когерентных состояниях $|\alpha_1\rangle \otimes |\alpha_2\rangle$ и $[|\alpha_1\rangle + |\alpha_2\rangle]/[2(1 + \langle\alpha_1|\alpha_2\rangle)]^{1/2}$. Указать, в чем основное различие между этими состояниями.
108. Рассчитать угловое распределение фотоэлектронов при фотоэффекте на основном состоянии водородоподобного иона, индуцированном поляризованной плоской э-м волной, считая конечное состояние электрона свободной частицей. Спиновый магнитный момент электрона не учитывать.
109. Показать, что однофотонные переходы $S \rightarrow S$ запрещены во всех порядках мультипольности.
110. Установить, между какими уровнями заряженного сферического гармонического осциллятора возможны электромагнитные переходы в дипольном приближении. Вычислить время жизни первого возбужденного состояния осциллятора в этом приближении.
111. Установить закон, по которому меняется интенсивность и поляризация линий в триплете, соответствующем зеемановскому расщеплению при переходе $3D \rightarrow 2P$, в зависимости от угла между направлением вылета фотонов и магнитным полем.
112. В дипольном приближении вычислить время жизни уровней $2P_{1/2}$ и $2P_{3/2}$ атома водорода (с учетом тонкой структуры).
113. Нейтральная частица со спином $s = 1/2$ и магнитным моментом $\mu\vec{s}$ находится в однородном магнитном поле напряженности \mathcal{H} . Найти время жизни возбужденного состояния и угловое распределение излучения при его распаде.
114. Рассчитать угловое распределение фотоэлектронов при фотоэффекте с переворотом спина электрона на основном состоянии атома водорода, индуцированном поляризованной плоской э-м волной, считая конечное состояние электрона свободной частицей.